



INDICE

Programa.....	3	Potenciación.....	20
Números Naturales.....	5	Potencia de exponente 2.....	20
Sistema de Numeración Decimal.....	5	Potencia de exponente 3.....	21
Características Principales del Sistema Decimal.....	5	Algunas curiosidades.....	22
Sistema de numeración romano.....	7	Propiedad distributiva.....	24
Reglas para la representación de números romanos.....	8	Operaciones combinadas.....	25
Algunos números romanos.....	9	Divisibilidad.....	26
Números naturales.....	10	Criterios de divisibilidad.....	26
Relación de orden.....	10	Números primos.....	29
Antecesor y sucesor.....	11	Números compuestos.....	29
Representación de los naturales en la recta numérica.....	11	Números co-primos o primos entre si.....	30
Secuencias o series numéricas.....	13	Forma abreviada para factorizar.....	30
Operaciones con números naturales.....	13	Máximo común divisor.....	30
Adición de Números Naturales.....	13	Mínimo común múltiplo.....	31
Propiedades.....	14	EJERCITACION.....	33
Sustracción de números naturales.....	14	Números racionales.....	48
Propiedades.....	15	Clasificación de fracciones.....	51
Multiplicación de Números Naturales.....	16	Numero mixto.....	52
Propiedades.....	16	Equivalencia de fracciones.....	53
Multiplicación de un natural por la unidad seguida de cero	17	Orden y equivalencia.....	53
División de Números Naturales.....	18	Amplificación.....	54
Propiedades.....	19	Simplificación.....	56
División por la unidad seguida de cero.....	19	Operaciones con números racionales.....	56



Adición.....	57
Sustracción.....	58
Multiplicación.....	59
División.....	60
Números decimales.....	61
Decimales exactos.....	63
Decimales periódicos.....	64
Operaciones con decimales.....	65
Adición de números decimales.....	65
Sustracción de números decimales.....	65
Multiplicación de números decimales.....	66
División de números decimales.....	66
EJERCITACION.....	69
Sistema Métrico Legal Argentino.....	79
EJERCITACION.....	84
Geometría.....	88
Semirrecta.....	88
Segmentos.....	89

Semiplano.....	89
Posiciones relativas de dos rectas en el plano.....	90
Rectas paralelas.....	90
Ángulo.....	91
Clasificación.....	92
Bisectriz.....	93
Mediatriz.....	93
Triángulo.....	94
Clasificación de triángulos.....	95
Cuadriláteros.....	95
Paralelogramos.....	95
Rectángulo.....	96
Rombo.....	97
Cuadrado.....	97
Trapeacios y trapezoides.....	98
Círcunsferencia.....	100
EJERCITACION.....	101



Programa

Los Números Naturales

- Sistemas de numeración decimal y romano. Relaciones de orden.
- Operaciones:
 - Adición, elementos y propiedades.
 - Sustracción, elementos y propiedades.
 - Multiplicación, como expresión de la suma de sumandos iguales. Elementos y propiedades. Multiplicación por la unidad seguida de ceros.
 - División exacta y entera: concepto, elementos y propiedades. División por unidad seguida de ceros.
 - Potenciación: concepto, elementos y propiedades. Cuadrado y cubo de los diez primeros números naturales.
- Ejercicios combinados
- Divisibilidad, criterios, múltiplos y divisores.
- Números primos y compuestos.
- Divisor común mayor. Propiedades
- Múltiplo común menor. Propiedades.
- Series de Números Naturales.

Los Números Racionales

- Clasificación de las fracciones.
- Relaciones, orden y comparación.

- Propiedad fundamental: simplificación y ampliación.
- Conversión de fracción ordinaria a número decimal y viceversa.
- Operaciones, adición, sustracción, multiplicación y división con números racionales y decimales

SI.ME.L.A.

Sistema métrico legal Argentino.

- Medidas de longitud.
- Medidas de masa.
- Medidas de capacidad.

Conjuntos geométricos

- Punto, recta y plano.
- Semirrecta, segmento, semiplano, figuras.
- Mediatriz de un segmento: Construcción
- Posiciones relativas de dos rectas en el plano.
- Ángulo: Concepto y elementos.
- Clasificación de ángulos: recto, agudo obtuso y llano.
- Medición: uso del transportador.
- Ángulos consecutivos, complementarios y suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice
- Bisectriz de un ángulo. Construcción.



- Triángulo: concepto, elementos, clasificación y construcción.
Perímetros.
- Cuadriláteros.
- Paralelogramos: Clasificación.
- Trapecios y trapezoides.
- Circunferencia. Líneas de la circunferencia. Longitud de la circunferencia.
- Perímetros de figuras compuestas.
- Cálculo de ángulos en figuras compuestas.



Los Números Naturales

Sistema de numeración decimal

En la mayoría de las actividades que desarrolla el hombre necesariamente debe llegar a establecer un resultado o expresión numérica. En ingeniería, en arquitectura, en medicina, en química, etc. las magnitudes deben expresarse en forma concreta, es decir, con un número y una unidad correspondiente. Ej: 5m; 8hs.

Los símbolos numéricos que hoy se utilizan fueron introducidos por los matemáticos árabes, quienes los habrían tomado de los hindúes. Los símbolos que se usan son: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**, a estos símbolos básicos se los llama cifras o dígitos.

Características principales del sistema de numeración decimal

En un número, cada dígito tiene un valor absoluto y un valor relativo.

La base del sistema decimal es diez. **Diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediatamente superior.**

En un número, cada posición es diez veces mayor que la que está inmediatamente a su derecha.

Por lo tanto, cada dígito en un número tiene:

- Un valor absoluto: que es el dígito en sí mismo
- Un valor relativo: que es el valor que tiene según la posición que ocupa.

Así: en el 586 el valor absoluto de 5 es 5, el de 8 es 8 y el 6 es 6 pero el valor relativo de 5 es 500 unidades o 50 decenas o 5

_____ { 5 } _____



Cuando no hay cifras para un determinado lugar se usa el 0. Así: 4 centenas; 8 unidades forman el 408, como se observa el 0 ocupa el lugar de las decenas.

Valor posicional: El valor de los dígitos según su posición en un número, hasta la centena de millón, aparece en el cuadro siguiente:

9 ^a Posición	8 ^a Posición	7 ^a Posición	6 ^a Posición	5 ^a Posición	4 ^a Posición	3 ^a Posición	2 ^a Posición	1 ^a Posición
Centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de mil	decenas de mil	unidades de mil	centenas	decenas	unidades
cmi	dmi	umi	cm	dm	um	c	d	u

Diez unidades forman una decena, diez decenas forman una centena, diez centenas forman una unidad de mil.
etc.



En el número 222 el mismo dígito tiene distintos valores relativos de acuerdo a la posición que ocupa.

2	2	2
2 centenas	2 decenas	2 unidades

Entonces, los valores relativos del dígito 2, según su posición en el número son los siguientes:

2	2	2
2 x 100 unidades = 200 unidades	2 x 10 unidades = 20 unidades	2 unidades

$$200 \quad + \quad 20 \quad + \quad 2 \quad = \quad 222$$



Sistema de numeración romana-No posicional-:

La numeración romana es el sistema de representación de los números empleados por los romanos. El sistema es no posicional porque cada símbolo tiene un valor absoluto que no depende de la posición que ocupa en el número y por lo tanto no usa el cero.

La numeración romana se representa a través de los siguientes símbolos:

Símbolos	I	V	X	L	C	D	M
Valores	1	5	10	50	100	500	1.000

I- X - C - M: Símbolos fundamentales V - L - D: Símbolos auxiliares.

Recuerda: en este sistema **no existe el cero**.

Reglas para la escritura de los números romanos

1. Un mismo símbolo fundamental no se puede repetir más de tres veces.-
2. Los símbolos auxiliares V, L y D no se repiten.
3. Los símbolos que se repiten se suman entre sí.
4. Los símbolos que van a la derecha de otro mayor se suman.
5. Un símbolo que va a la izquierda de uno mayor que él se resta.- Sólo los símbolos I, X y C se restan a los dos que le siguen en la sucesión fundamental.
6. El valor de los números romanos queda multiplicado por mil tantas veces como rayas horizontales se coloquen encima de los mismos.
7. Un símbolo menor escrito entre dos mayores resta al que tiene a la derecha.



Equivalencia de decenas:

10 = X
20 = XX
30 = XXX

40 = XL
50 = L
60 = LX

70 = LXX
80 = LXXX
90 = XC

Ejemplos:

$LV = 55$ porque $50 + 5 = 55$

$XCIX = 99$ porque $100 - 10 = 90$; $10 - 1 = 9$ y $90 + 9 = 99$

$CM = 900$ porque $1\ 000 - 100 = 900$

$\overline{IV} = 4\ 000$ porque es $4 \cdot 1000 = 4\ 000$

El caso particular de un millón puede escribirse de dos forma:

$\overline{M} = 1\ 000\ 000$ o bien $\overline{\overline{I}} = 1\ 000\ 000$



Algunos números romanos

1 = I	2 = II	3 = III	4 = IV	5 = V	6 = VI
7 = VII	8 = VIII	9 = IX	10 = X	11 = XI	12 = XII
13 = XIII	14 = XIV	15 = XV	16 = XVI	17 = XVII	18 = XVIII
19 = XIX	20 = XX	21 = XXI	29 = XXIX	30 = XXX	31 = XXXI
39 = XXXIX	40 = XL	50 = L	51 = LI	59 = LIX	60 = LX
61 = LXI	68 = LXVIII	69 = LXIX	70 = LXX	71 = LXXI	74 = LXXIV
75 = LXXV	77 = LXXVII	78 = LXXVIII	79 = LXXIX	80 = LXXX	81 = LXXXI
88 = LXXXVIII	89 = LXXXIX	90 = XC	91 = XCI	99 = XCIX	100 = C
101 = CI	109 = CIX	114 = CXIV	149 = CXLIX	399 = CCCXCIX	400 = CD
444 = CDXLIV	445 = CDXLV	449 = CDXLIX	450 = CDL	899 = DCCCXCIX	900 = CM
989 = CMLXXXIX	990 = CMXC	999 = CMXCIX	1.000 = M	1.010 = MX	1.050 = ML



Números Naturales:

Denominamos números naturales a los números que sirven para contar 1,2,3,4,5,6,7,8,9, ...lo simbolizamos con \mathbb{N} y luego le agregamos el cero y al conjunto formado por esos números lo denominamos los naturales sub-cero (\mathbb{N}_0)

$$\mathbb{N}_0 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots \}$$



En el conjunto de los números naturales el primer número es el 1 (uno) y en el conjunto de los números naturales sub-cero el primer elemento es el cero. Ambos conjuntos son infinitos por lo tanto no tienen último elemento.

Relación de orden:

Cuando hablamos de mayor y menor, nos referimos a la característica de orden entre números.



Antecesor y Sucesor:

Observemos que, en nuestro sistema, cada número tiene otro que le sigue y que se calcula sumándole 1 al mismo. A este número así formado lo llamamos **sucesor**. Por ejemplo, para el número 97, su sucesor es 98 pues $97 + 1 = 98$.

¿Te das cuenta de por qué nuestro sistema es infinito? ¡Todo número tiene un sucesor y sólo uno!

También decimos que cada número tiene antecesor, que se obtiene restando 1 del número dado; entonces, para el número 54, su antecesor es 53 pues $54 - 1 = 53$.

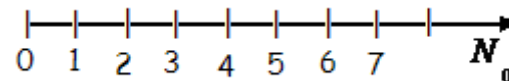
Hay un número natural que no tiene antecesor: es el 1; y en N_0 es el 0.

Representación de los números naturales en la recta numérica

Si representamos los números en la recta numérica podemos decir, excluyendo el cero, que el antecesor de un número natural es aquel que está inmediatamente a su izquierda y su sucesor el que está ubicado inmediatamente a la derecha del mismo.

Por ejemplo:

El número que está inmediatamente a la izquierda del 1, en la recta numérica, es el 0, luego, el antecesor de 1 es 0 pero el 0 no tiene antecesor en este conjunto numérico.



De igual forma se tiene que:

- el antecesor de 3 es 2

- el antecesor de 6 es 5

- el antecesor de 100 es 99

Si analizamos el sucesor de un número natural en la recta numérica lo ubicamos a la derecha del número dado.



Por ejemplo:

El número que está inmediatamente a la derecha del 0, en la recta numérica, es el 1. Luego, el sucesor de 0 es 1.

De igual forma se tiene que:

- el sucesor de 2 es 3

- el sucesor de 5 es 6

- el sucesor de 1059 es 1060

Siguiendo en la recta numérica podemos decir que un número es **menor** que otro cuando uno está ubicado a la **izquierda** del otro, es decir, más cerca del 0.

¿Cuándo es **mayor**? Si está ubicado a la **derecha** de otro en la recta numérica, es decir, está más lejos del 0.

El símbolo matemático usado para indicar mayor es $>$ y para indicar el menor es $<$.

Así:

2 es menor que 6

$$2 < 6$$

10 es mayor que 6

$$10 > 6$$



Por ejemplo:

$$328 < 856$$

y

$$856 > 328$$

328 es menor que 856

856 es mayor que 328



Secuencias numéricas

Son sucesiones de números que van avanzando o retrocediendo, en la recta numérica, la misma cantidad de espacios.

Así, hay secuencias de 1 en 1; de 6 en 6, de 100 en 100, etcétera.

Observa:

$$a) 30.402 - 30.502 - 30.602 - 30.702 - \dots$$

En esta secuencia cambia la cifra de las centenas, entonces va creciendo de 100 en 100.

$$b) 200 - 195 - 190 - 185 - 180 - 175 - 170 - \dots$$

En esta secuencia cambia la cifra de las **unidades**, entonces va decreciendo de 5 en 5.

Operaciones con Números Naturales

I-Adición de Números Naturales

Los términos de la adición se llaman **sumandos** y el resultado se llama **suma** o **total**:

$$\begin{array}{r} 25 \text{ } \} \text{ sumando} \\ + 31 \text{ } \} \text{ sumando} \\ \hline 56 \text{ } \} \text{ suma o total} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 + 31 = 56 \\ \text{sumandos} \quad \text{Suma o Total} \\ 1^\circ \text{ MIEMBRO} \quad 2^\circ \text{ MIEMBRO} \end{array}$$



Para resolver una suma de números naturales se debe ordenar los sumandos de tal modo que siempre sumen cifras del mismo orden: unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etc.

Propiedades

1 - Uniforme

La suma tiene resultado único.

$8 + 4 = 12$ y siempre que sumes estos números, el resultado o suma obtenido será 12.

2 - Conmutativa

$$a + b = b + a$$

Si se cambia el orden de los sumandos; la suma no varía.

$$18 + 3 = 3 + 18$$

$$21 = 21$$

3 - Asociativa

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Si se agrupan los sumandos de distintas maneras, la suma no cambia.

$$(38 + 15) + 20 = 38 + (15 + 20)$$

$$53 + 20 = 38 + 35$$

$$73 = 73$$

4 - Elemento neutro

$$a + 0 = 0 + a \quad \text{El elemento neutro sumado a cualquier número}$$
$$= a \quad \text{no altera dicho número.}$$

El elemento neutro es cero en el N_0 .

$$25 + 0 = 25$$

II - Sustracción de Números Naturales.

¡Cuántas veces decimos: me queda..., me falta..., la diferencia es...! Ahí nos referimos a la sustracción, una operación que tiene como elementos...



Tenemos la siguiente sustracción: $17 - 5 = 12$ Pero, ¿por qué es 12?

Porque $12 + 5 = 17$

Entonces, la sustracción es la **operación inversa** a la adición. Por eso, para comprobar si la diferencia está correcta, se suma el resto, más el **sustraendo** y debemos obtener el **minuendo**.

Pero en $3 - 12 = ?$

No podemos resolver la resta en números naturales porque el minuendo es menor que el sustraendo.

Sólo se puede resolver la resta de números naturales cuando el minuendo es mayor o igual que el sustraendo.

Propiedades

1.- La sustracción de números naturales **goza** de la propiedad **uniforme**. Tiene resultado **ÚNICO**. $7 - 5 = 2$

2.- **NO goza** de la propiedad **conmutativa**

Ejemplo: $8 - 5 = 3$ no es igual a $5 - 8 =$ no tiene solución en los naturales.

3.- **NO goza** de la propiedad **asociativa**: tampoco podemos asociar

Ejemplo: En el caso: $6 - 3 - 2 = 1$ no se verifica la igualdad si asociamos:



$$\begin{aligned}6 - (3 - 2) &\neq (6 - 3) - 2 \\6 - 1 &\neq 3 - 2 \\5 &\neq 1\end{aligned}$$

4.- Elemento neutro únicamente a la derecha. $15 - 0 = 15$
Podemos comprobar que **NO** goza de las mismas propiedades que la suma.

III-Multiplicación de Números Naturales

La multiplicación es la abreviatura de la adición de sumandos iguales.

Ejemplo: $9 + 9 + 9 + 9 + 9$ es lo mismo que **5** veces **9**; es decir, 9×5 . En la multiplicación hablamos de **factores** y **producto**; estos son sus elementos:



¿Hay alguna multiplicación que no tenga producto? Todas lo tienen.

Propiedades

1.- Propiedad uniforme: Tiene un resultado único. $7 \times 9 = 63$ y 63 es el único resultado.



2.- ¿Importa el orden de los factores? No importa, porque **ies conmutativa!** $5 \times 9 = 9 \times 5$

El orden de los factores no altera el producto

3.- **Propiedad asociativa:** ¿Se pueden multiplicar factores y reemplazarlos? **Si, ies asociativa!** si se reemplazan dos o más factores por su producto efectuado, el producto total no varía. $6 \times 5 \times 3 = 90$ pero usando paréntesis

$$(6 \times 5) \times 3 = 6 \times (5 \times 3)$$

$$30 \times 3 = 6 \times 15$$

$$90 = 90$$

4.- **Elemento neutro:** ¿Hay algún número natural que al multiplicar a otro no lo modifica? Si el 1. Por ejemplo: $5 \times 1 = 5$.

Entonces **1 es el elemento neutro**

5.- **Elemento absorbente** ¿Y qué pasa con el 0? $42 \times 0 = 0$ Entonces 0 es el elemento absorbente.

6.- **Disociativa:** Si un factor se reemplaza por dos o más factores de los que es producto, el resultado no varía.

Ej: $3 \times 10 \times 8 = 3 \times 2 \times 5 \times 8$ Resultado: 240 Se reemplazó a 10 por los factores 2×5

Multiplicación de un número natural por la unidad seguida de ceros

Multiplicar un número cualquiera por 10, 100, 1000,... es muy fácil observemos la multiplicación siguiente:

$$\begin{array}{r} 354 \\ \times 100 \\ \hline 35400 \end{array} \qquad 354 \times 100 = 35400$$

A 354 se lo multiplica por 1 quedando 354 y luego se le agregan los dos 0 del 100, por lo tanto:

Para multiplicar un número natural por la unidad seguida de ceros se escribe el número dado y a su derecha se le agregan tantos ceros como tenga la unidad.



Así: $15 \times 10\,000 = 150\,000$

$1\,048 \times 1000 = 1\,048\,000$

$79 \times 10 = 790$

IV.- División de Números Naturales

Algunos piensan que esta operación es egoísta, porque se relaciona con separar.

¡Al contrario! es una expresión clara de justicia. Ella se encarga de repartir y lo hace siempre en partes iguales.

Sus elementos son:



$12 : 3 = 4 \quad \text{porque} \quad 4 \times 3 = 12$

Entonces, la división es la operación **inversa** a la multiplicación. Por eso, para comprobar si la división está correcta, se multiplica el cociente por el divisor y se obtiene el dividendo.

Cuando una división no es exacta, aparece el **resto**.

¿Cómo sabemos si una división es exacta? Es cuando tiene como resto cero.

Analícemos: $240 : 12 = 20$ porque, $20 \times 12 = 240$ Se llama división exacta.

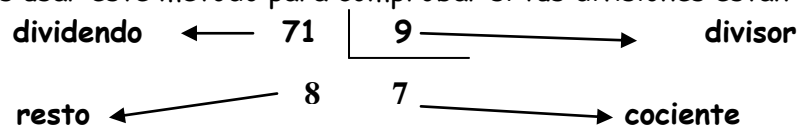
Ahora analicemos otro caso:



$71 : 9 = 7$ ¿es $7 \times 9 = 71$? ¡ NO ! Entonces hay un resto de 8 que se pone debajo del dividendo. ¡Este resto nos indica que

es inexacta! Puedes usar este método para comprobar si tus divisiones están correctas.

Entonces:



En toda división entera el dividendo es igual al cociente por el divisor más el resto.

$$\text{Dividendo} = \text{cociente} \times \text{divisor} + \text{resto}$$

$$71 = 7 \times 9 + 8$$

$$71 = 63 + 8$$

$$71 = 71$$

Propiedades:

Uniforme: La división tiene resultado único.

No es conmutativa: Ej. $36 : 6$ no es igual a $6 : 36$.

No es asociativa: Ej. $(32 : 8) : 2 \neq 32 : (8 : 2)$

$$4 : 2 \neq 32 : 4$$

$$2 \neq 8$$



División por la unidad seguida de cero:

Para dividir un número por la unidad seguida de ceros, se suprimen en el dividendo tantos ceros como siguen a la unidad en el divisor y éste es el cociente : Ej. a) $4500 : 10 = 450$; b) $78\ 000 : 100 = 780$; c) $230 : 10 = 23$

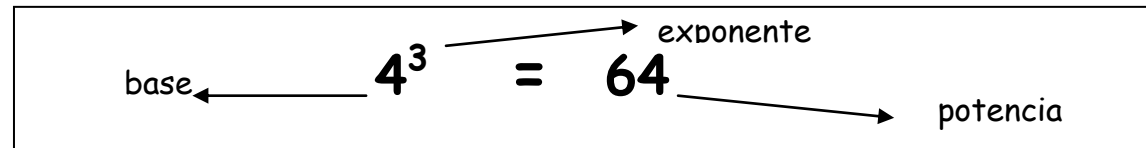


V.- Potenciación de Números Naturales

Observa esta multiplicación:

$$4 \times 4 \times 4$$

El factor 4 se repite. Hay una forma abreviada de expresarla: y lo leemos como 4^3 "cuatro al cubo" o "4 elevado a la 3". ¿Cómo llamamos a esta expresión? Es una **potencia**. Tiene **base**, que es el factor que se repite y **exponente** que indica las veces que se repite.



Otros ejemplos. : $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$5 \times 5 = 5^2$

Potencia de exponente 2

$$a^2 = a \times a$$

La potencia dos de un número se lee: elevado al cuadrado

Elevar un número **a** a la potencia 2 es equivalente a armar un cuadrado cuyos lados miden **a**.

	$2 \times 2 = 2^2 = 4$	dos al cuadrado
	$3 \times 3 = 3^2 = 9$	tres al cuadrado



La siguiente tabla muestra los cuadrados de los diez primeros números

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a ²	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Potencia de exponente 3

$$a^3 = a \times a \times a$$

La potencia tres se lee elevado al cubo.

Elevar un número **a** a la potencia **3** es equivalente a armar un cubo cuyas aristas miden **a**.

	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$	dos al cubo
	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$	tres al cubo

La siguiente tabla muestra los cubos de los diez primeros números

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a ³	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000



Algunas curiosidades!!!!!!!

1.- ¿Es lo mismo 4^3 que 3^4 ?

No, $4 \times 4 \times 4 = 64$, mientras que $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

2.- A qué será igual un número natural elevado a la potencia 1? 5^1 o bien a^1

Para resolver estos casos piensa que la base no se repite como factor, por lo tanto, da el mismo número.

Entonces: $5^1 = 5$ o bien en general $a^1 = a$

Para estos casos el exponente 1 suele no escribirse.

Potencia de exponente unidad es aquella potencia cuyo exponente es 1.

Ej: $3^1 = 3$ $4^1 = 4$ $7^1 = 7$

3.- Toda potencia de exponente 0 y base distinta de 0 es igual a 1.

Así: $7^0 = 1$ $128^0 = 1$

4.- Se puede calcular la potencia de cualquier número natural pero **las potencias de 10**, son muy especiales:

$$10^2 = 100 \quad ; \quad 10^3 = 1\ 000 \quad ; \quad 10^6 = 1\ 000\ 000$$

El valor del resultado se compone del 1 seguido de ceros, pero ¿cuántos..? Los que dice el exponente.



Propiedad distributiva...

La propiedad distributiva permite vincular distintas operaciones:

Propiedad distributiva de la	Ejemplos	
...multiplicación con respecto a la suma o a la resta (puede estar ubicada a la derecha o a la izquierda)	$3 \cdot (5 + 7) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 7$ $3 \cdot 12 = 15 + 21$ $36 = 36$	$6 \cdot (12 - 9) = 6 \cdot 12 - 6 \cdot 9$ $6 \cdot 3 = 72 - 54$
...división con respecto a la suma o a la resta (solo a la derecha)	$(45 + 15) : 5 = 45 : 5 + 15 : 5$ $60 : 5 = 9 + 3$ $12 = 12$	$(80 - 64) : 8 = 80 : 8 - 64 : 8$ $16 : 8 = 10 - 8$ $2 = 2$
...potenciación con respecto a la multiplicación o a la división	$(2 \cdot 7)^2 = 2^2 \cdot 7^2$ $14^2 = 4 \cdot 49$ $196 = 196$	$(10 : 2)^3 = 10^3 : 2^3$ $5^3 = 1\,000 : 8$ $125 = 125$

Nota

No se aplica la propiedad distributiva en la potenciación con respecto a la suma y a la resta



Operaciones combinadas

Cada una de las operaciones cumple un propósito específico dentro del cálculo matemático. Sin embargo, en muchas oportunidades aparecen combinadas sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potencias o raíces ya sea con paréntesis o sin ellos. Para resolver operaciones combinadas procederemos de la siguiente manera:

- 1° - Debes separar en términos. Recuerda que la separación se realiza sólo en los signos más y menos + y - que no estén entre paréntesis.
- 2° - Debes realizar las operaciones que figuran en cada término. Si hay paréntesis, debes resolver antes las operaciones que están en su interior
- 3° - Debes resolver las sumas y restas que quedan planteadas.

Ejemplo: a) $4 \cdot 3 + 8 \cdot 6 : 3 - 10 : 5 =$

1) $= 4 \cdot 3 + 8 \cdot 6 : 3 - 10 : 5$

2) $= 12 + 16 - 2$

3) $= 26$

Ejemplo: b) $(12 - 9) \cdot 2 + 7 : (4 - 3) =$

1) $= (12 - 9) \cdot 2 + 7 : (4 - 3)$

2) $= (3) \cdot 2 + 7 : (1)$

3) $= 6 + 7$

4) $= 13$



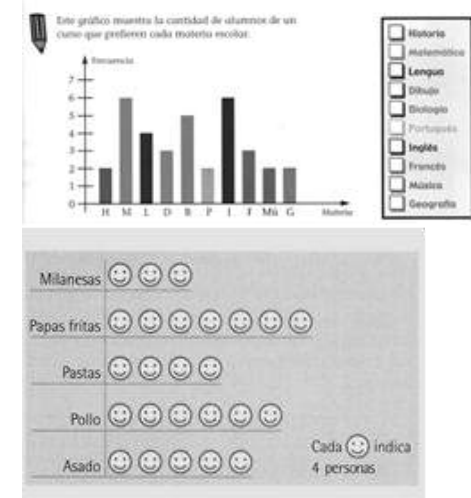
Interpretación de Gráficos Estadísticos

¿Te gustaría saber qué programa de televisión les gusta más a tus compañeros? ¿Qué deporte practica la mayoría? ¿Cuál es el gusto preferido de helado?

A las personas nos interesan muchas cosas. Para averiguar algunas de ellas es preciso recoger información, ordenarla, contar los datos, comparar.

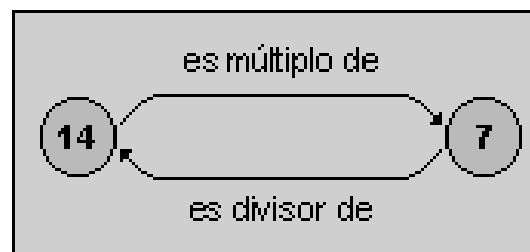
Los gráficos estadísticos, llamados también "diagramas", son una representación visual de datos estadísticos por medio de puntos, líneas, barras, polígonos o figuras asociadas a escalas de medición, que permite una fácil comprensión de la información.

¿Has visto en medios de comunicación escrita, gráficos o imágenes para presentar una noticia?



Divisibilidad

La divisibilidad permite analizar los números, y determinar si se cumple o no la división exacta.



Si tenemos un número que es **dividido exactamente por otro**, decimos que es **divisible**. Es decir, el primer número es múltiplo del segundo y éste, a su vez, es divisor del primero.



Analicemos un ejemplo: 10 es **divisible** por 5, entonces 10 es **múltiplo** de 5, y 5 es **divisor** de 10.
Se llama **divisor** de un número a aquel que lo divide una cantidad exacta de veces.

La divisibilidad determina las condiciones que debe cumplir un número natural para ser divisible por otro natural. Estas condiciones reciben el nombre de **criterios**.

Criterios de divisibilidad

Un número es divisible por:

- **2**, si y solo si termina en cifra par. Ejemplo: 2, 8, 24, 480.
- **3**, si y solo si la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Ejemplo 342, pues $3 + 4 + 2 = 9$ y 9 es múltiplo de 3.
- **4**, si y solo si la suma de la cifra que ocupa el lugar de las unidades más el duplo de la cifra de las decenas es múltiplo de 4.
Ejemplo: 1596 cifra unidad = 6 ; cifra decenas = 9

$$6 + 9 \cdot 2 =$$

$$6 + 18 = 24 \text{ que es múltiplo de 4.}$$

O bien, si y solo si las dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4. Ejemplo 1600 y 316.

- **5**, si y sólo si termina en cero o cinco. Ejemplo: 105, 75, 1550.
- **6**, si y sólo si es divisible por 2 y por 3 a la vez. Ejemplo: 36 es divisible por 2 pues termina en cifra par; y por 3 pues $3 + 6 = 9$ y 9 es múltiplo de 3; luego es divisible por 6.
- **7**, si y sólo si la diferencia entre las decenas del número y el duplo de la cifra que ocupa el lugar de las unidades(o inversa) es cero o múltiplo de 7. Ejemplo: el 651 tiene 65 decenas y la cifra de las unidades es 1. Entonces:

$$65 - 1 \cdot 2 = 63 \text{ que es múltiplo de } 7$$



- **8**, sí y sólo si la suma de la cifra que ocupa el lugar de las unidades más el duplo de la cifra que ocupa el lugar de las decenas más el cuádruplo de la cifra que ocupa el lugar de las centenas es múltiplo de 8. O bien si las tres últimas cifras son ceros o múltiplos de 8. Ejemplo : 536 cifra unidad: 6 ; cifra decena: 3 ; cifra centena : 5

$$6 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 32 \text{ que es múltiplo de } 8$$

- **9**, sí y sólo si la suma de sus cifras es múltiplo de 9. Ejemplo 1620 ; $1 + 6 + 2 + 0 = 9$ y 9 es múltiplo de 9.
- **10**, 100, 1000 etc; sí y sólo si termina por lo menos en un cero; en dos o tres ceros. Ejemplos 180; 4200; 2500.
- **11**, sí y solo si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares impares y la suma de las cifras que ocupan los lugares pares sea cero o múltiplo de 11 (en ese orden o en el orden inverso). Ejemplo : 1815

Lugares	1	8	1	5	
Impar		8	+	5	13
Par	1	+	1		2
Diferencia		13	-	2	11

11 es múltiplo de 11

- **12**, sí y sólo si es divisible por 3 y 4 a la vez. Ejemplo 144 es divisible por 3 y por 4; también por 12.

Algunos ejemplos:

414, divisible por 2 y $4 + 1 + 4 = 9$, divisible por 3, entonces es divisible por 6! y por 9.

Hay números que **son divisibles por varios a la vez**. Observa el número 1.200

- tiene 0 en la cifra que ocupa el lugar de la unidad, entonces es divisible por 2, 5 y 10.
- tiene 0 en la cifra de la unidad y 0 en la cifra de la decena, entonces es divisible por 4.
- sus cifras suman 3:
- $1 + 2 + 0 + 0 = 3$, entonces es divisible por 3.



- como se dividió por 2 y por 3, es divisible por 6 y...
- por el único que no es divisible es por 9.

Por ejemplo: 1.500 es divisible por 4 porque termina en dos ceros;

128 es divisible por 4 porque sus dos últimos dígitos (28) forman un número múltiplo de 4.

120 es divisible por 5 porque el último dígito es cero.

135 es divisible por 5 porque el último dígito es 5.

567 es divisible por 9 ya que $5 + 6 + 7 = 18$ y 18 es múltiplo de 9, pero no es divisible por 2 porque es impar.

20, 30, 100, 1.300, son divisibles por 10 ya que terminan por lo menos en un cero.

Hay otros que son divisibles **sólo por el 1 y ellos mismos**. Revisemos el número 101.

- La cifra de la unidad no es par.
- la suma de sus cifras no es múltiplo de 3, sus cifras suman 2. $1 + 0 + 1 = 2$.
- La cifra de las unidades y decenas no son múltiplo de 4, ni tampoco 00.
- no termina en 5.
- no es divisible por 2 y 3, entonces no puede ser divisible por 6.
- la suma de sus cifras no es múltiplo de 9.
- La cifra de la unidad no es 0.

Números primos

Son aquellos que tienen solamente dos divisores distintos, el 1 y el propio número.



Números compuestos

Son aquellos que tienen más de dos divisores. Por ejemplo, el 12 es compuesto, porque se puede descomponer en más de dos factores.

$$\begin{aligned} 12 &= 1 \cdot 12 \\ 12 &= 4 \cdot 3 \\ 12 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{aligned}$$

Todo número compuesto se puede expresar como el producto de números primos:

$$21 = 7 \cdot 3$$

En este caso el 7 y el 3 son factores primos. Un número natural se ha factorizado en forma completa cuando está expresado como producto de números primos.

Números co-primos o primos entre sí

Dos números son co-primos o primos entre sí cuando sólo tienen como divisor común el 1. Ej. **3 y 5 - 6 y 7- 8 y 9.**

Forma abreviada para factorizar

Dividir el número por el menor número primo por el cual sea divisible y así sucesivamente cada cociente se va dividiendo por un número primo hasta obtener cociente 1. Los factores son todos los números primos usados como divisores.

Ejemplos:

Factorizar 48:

$$\begin{aligned} 48 &: 2 \\ 24 &: 2 \\ 12 &: 2 \\ 6 &: 2 \\ 3 &: 3 \\ 1 & \end{aligned}$$

O también

$$\begin{array}{l} 48 \quad 2 \\ 24 \quad 2 \\ 12 \quad 2 \\ 6 \quad 2 \\ 3 \quad 3 \\ 1 \end{array}$$

Máximo común divisor

Se llama **divisor común mayor** de dos o más números naturales al mayor número natural que los divide a todos.

El **divisor común mayor** de dos o más números naturales es de los divisores comunes, el mayor.



- a) El mcd de dos o más números naturales no puede ser mayor que el menor de esos números.
b) Si uno de los números divide a todos los restantes ese número es el m.c.d de los números dados.

Ejemplos: 6, 12 y 18

6 es divisor de 6, de 12 y de 18; entonces 6 es el m.c.d entre 6, 12 y 18.

Divisores de 18	→	1	2	3	6	9	18		
Divisores de 24	→	1	2	3	4	6	8	12	24

Para calcular el **máximo común divisor (MCD)** o **divisor común mayor (dcm)** de varios números (en forma rápida) se:

- Descomponer los números en factores primos.
- Elegir los factores primos comunes con su menor exponente o factores repetidos la menor cantidad de veces.
- Hallar el producto de ellos.

18	2	24	2	}	MCD (18 , 24) = 2 × 3 = 6
9	3	12	2		
3	3	6	2		
		3	3		
		1			

MCD (18 , 24) = 6



Mínimo Común Múltiplo

Se llama múltiplo común menor de dos o más números naturales al menor de los múltiplos comunes de esos números naturales.

Para calcular el **mínimo común múltiplo (MCM)** o **múltiplo común menor (mcm)** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a esos números.

- El mcm de dos o más números naturales no puede ser menor que el mayor de esos números.
- Si uno de los números es múltiplo de todos los restantes ese número es el mcm de los números dados.

Obtención:

- Descomponer cada número en factores primos.
- Elegir los factores comunes y no comunes repetidos la mayor cantidad de veces o con su mayor exponente.
- Calcular el producto de ellos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$\begin{aligned} \text{m.c.m} &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 60 \end{aligned}$$



EJERCITACIÓN

1) Escribir el numeral:

- a) Mil doscientos seis =
- b) Doce mil cuarenta =
- c) Siete mil uno =

2) ¿Qué números se forman con...?

- a) 4 d; 3 u de mil; 7 c =
- b) 36 u; 15 c =
- c) 7 u de mil; 5 c; 31 u =

3) ¿Qué se forma con...?

- a) 7d; 4 c; 8 u =
- b) 70 u; 10 d =

c) 8 u de mil; 6 c; 40 u =

d) 9 c; 2 u de mil; 4 c =

4) ¿Qué número se forma con 37 decenas 49 centenas y 2 unidades?

¿Cuál es el número que supera a 23 unidades de mil en 48 centenas?

5) Encierre en un círculo el número que tiene 5 centenas:

625 530 15.506 25.005 5.608

6) Encerrar con un círculo el número que tiene 6 U de mil:

600 6.753 16.346 76.060



7) Dado el número 789.432, contesta:

- a) ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las decenas?
- b) ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las centenas?
- c) ¿Cuántas decenas tiene?
- d) ¿Cuántas centenas tiene?
- e) ¿Cuántas unidades de mil tiene?
- f) ¿Cuántas decenas de mil tiene el número?

8) : ¿Cuál es mayor?

- a) 36 c ó 4 u de mil
- b) 9.000 u ó 9.000 d
- c) 48 d ó 48 u

9) : ¿Cuál es el menor?

47 de mil 5 d o 460 c 106 d

10)

- A) ¿Cuál es el número 120 d menor que 2.000?
- B) ¿Cuál es el número 2000 u mayor que 635?
- C) ¿Cuál es el número 1000 u mayor de 742?
- D) ¿Cuál es el número 235 d menor que 5.846?
- E) ¿Cuál es el número 43 decenas menor que 28 unidades de mil?

11) ¿Cuál es el número menor que puede formar con las cifras 3, 5, 7? ¿Y el mayor?

12) Responde:

- a) ¿Cuál es el menor número par de tres cifras?
- b) ¿Cuál es el menor número par de tres cifras distintas?
- c) ¿Cuál es el menor número de tres cifras pares?
- d) ¿Cuál es el menor número de tres cifras pares distintas?

13) ¿Cuál es el número menor de tres cifras iguales (distintas de cero)?



14) Ordena de mayor a menor:

3 u de mil 4 u; 5c 2u; 35 u de mil 6 u;

15) Dado el siguiente número:

178.039.526

- a) Escribe el nombre del número.
- b) Escribe con cifras el anterior.
- c) Escribe el número en sistema romano.
- d) Completa el siguiente cuadro:

Cifra	Valor absoluto	Valor relativo
7		
5		
2		
8		
9		

e) *Contesta:*

- ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las centenas?
- ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las decenas de mil?

¿Cuántas centenas tiene el número dado?, ¿y cuántas decenas de mil?

15) ¿Cuál es menor?

a) 3u de mil ; 6 d ó 35c 60d :.....

b) CCXL ó 2c 20d :

c) 20u de mil ó 3c :

16) Marcar con flechas la correspondencia:

D I I I

231

1.576

M D L V

C I V

1555

M D L X X V I

104

503

C C X X X I



17) Completar el siguiente cuadro:

ANTERIOR	NUMERO	POSTERIOR
	3.879	
25.530		
		7.009

18) Marcar la opción correcta ¿Cuál es el siguiente número en esta serie?

143 000 146 000 150 000 155 000 161 000

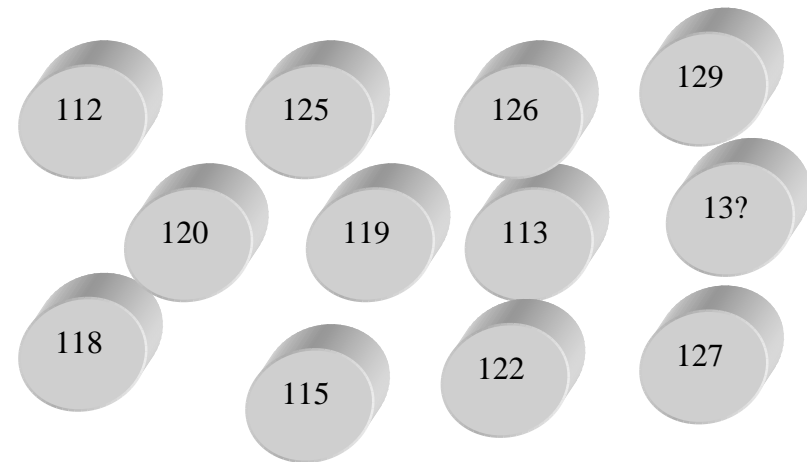
A. 166 000 B. 167 000 C. 168 000 D. 169 000

19) Marcar la opción correcta ¿Cuál es el siguiente número en esta serie?

543 000 543 001 543 011 543 111

A. 644 111 B. 654 111 C. 544 111 D. 554 111

20) Ayuda a Don Pepe a ordenar la siguiente colección de fichas seriadas y escribí el número de la últimas dos pelotitas que se borraron



21) Escriba en números romanos

a) 956 =

c) 139 =

b) 645 =

d) 253 =



22) Escriba en sistema de numeración decimal

- a) *DXXXI* = c) *CXL* =
b) *CCLXXIV* = d) *DCCVI* =

23) Completar el siguiente cuadro:

<i>Sistema decimal</i>	238			207
<i>Sistema romano</i>		<i>DII</i>	<i>CMXCIX</i>	

24) De los siguientes pares de números, ¿cuáles son iguales?

- | | |
|-----------------|--------------|
| 4 u 38 d | 384 |
| 8 u de mil 75 u | 87 d 5 u |
| 546 | <i>DXLVI</i> |
| 1096 | 10 c 6 u 9 d |

25) Dado el número 1.769.218, contesta:

1. ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las decenas?

2. ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las centenas?
3. ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las unidades de mil?
4. ¿Cuál es la cifra que ocupa el lugar de las decenas de mil?
5. ¿Cuántas decenas tiene el número?
6. ¿Cuántas centenas tiene el número?
7. ¿Cuántas unidades de mil tiene el número?
8. ¿Cuántas decenas de mil tiene el número?

26) Completa el siguiente cuadro colocando en cada renglón las incógnitas de la misma manera en que está el dato:

Anterior	Número	Posterior
	Siete mil nueve	
649.799		
		<i>CMLXXV</i>
1.960.999		
		Ciento un mil uno
	M	



27) Responde en sistema romano:

- a) ¿Cuál es el menor número par de tres cifras?
- b) ¿Cuál es el menor número par de tres cifras distintas?
- c) ¿Cuál es el menor número de tres cifras pares?
- d) ¿Cuál es el menor número de tres cifras pares distintas?

28) Completa la siguiente tabla escribiendo el resultado en números romanos:

+	18.049	15.624
4216		
24.803		

29) Completa la siguiente tabla realizando las restas indicadas:

Minuendo	Sustraendo			
	-	32.917	12.604	48.110
	54.872			
	100.904			

30) Completa la siguiente tabla realizando las multiplicaciones indicadas:

x	2.568	100.752
348		
1.309		

31) Efectúa las divisiones siguientes:

1. $4\ 566 : 32 = \dots\dots\dots$
2. $15.608 : 65 = \dots\dots\dots$
3. $59.300 : 76 = \dots\dots\dots$
4. $30.000 : 150 = \dots\dots\dots$
5. $65.258 : 657 = \dots\dots\dots$
6. $90.909 : 99 = \dots\dots\dots$

32) Una escuela invirtió \$ 34.000 para acondicionar las aulas de sexto grado. Si sabemos que en 6° A y en 6° B invirtió \$ 12.580 y \$ 7.850 respectivamente. ¿Cuánto invirtió en el aula de 6° C?



33) Un camionero transporta 12.500 kg de tierra en cada viaje. Si en un mes realizó 217 viajes ¿Cuántos kg de tierra transportó en total?

34) Alberto dice que dividió un número por 7 y obtuvo 9 de cociente y 17 de resto. ¿Es correcta la división que hizo Alberto? Ayúdalo a realizarla y menciona de qué número se trata.

35) Completa las casillas con las cifras que faltan.

$$\begin{array}{r}
 + \quad \quad 8 \quad \square \quad 6 \quad 4 \\
 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 9 \quad \square \\
 \hline
 \quad 2 \quad \square \quad 9 \quad \square \quad 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 - \quad \square \quad 4 \quad 3 \quad 8 \quad 6 \\
 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad \square \quad 9 \\
 \hline
 \quad \square \quad \square \quad 9 \quad \square
 \end{array}$$

36) Expresa como operaciones combinadas y resuelve:

- El doble de 8 más la mitad de 24.
- El doble de la suma entre 42 y 74
- La diferencia entre el producto de 15 y 20 y el cociente entre 75 y 25

37) Realiza las siguientes operaciones combinadas:

- $12 : 3 + 18 : 6 - 15 : 5 =$
- $(333 - 330) + 15 \cdot (12 + 6) =$
- $10 \cdot 5 + 12 : 4 - 12 \cdot 4 + 10 : 5 =$
- $85 \cdot 7 - (35 - 28) : 7 + 73 \cdot 5 - 84 : 12 =$
- $2 + [5 + (10 \cdot 2) : 4] =$



38) Analiza y expresa cuales de las siguientes expresiones son potencias y cuales multiplicaciones:

- a) $2 + 2 + 2 =$ d) $5 \cdot 5 \cdot 5 =$
b) $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 =$ e) $7 + 7 + 7 =$
c) $7 \cdot 7 \cdot 7 =$ f) $4 + 9 + 4 + 9 + 4 + 9 =$

39) Realizar un cuadro con los cuadrados y cubos de los diez primeros números.

40) Plantea y resuelve:

- a) El cuadrado de 8 más el cubo de 2.
b) El cubo de 10 menos el cubo de 6.
c) La suma de: 17; el cuadrado de 5 y el cubo de 2.
d) La diferencia entre 100 y el cuadrado de 6.

41) Realiza las siguientes operaciones combinadas:

- a) $3 + 2 \cdot [5 + (10 \cdot 2) : 4] =$
b) $(3 \cdot 4)^2 - (2 \cdot 5)^2 =$

c) $12 : 3 + (18 : 6)^2 - 15 : 5 =$

d) $10 \cdot 5 + 12 : 4 - 12 \cdot 4 + 105 : 5 =$

42) Resuelve:

- a) $5 \cdot 2 \cdot 9 + 72 : 8 =$
b) $(4 + 9) \cdot 2 + (13 - 4) : 3 =$
c) $(4 + 2) : 6 + (4 - 4) \cdot 5 =$
d) $10^2 : 5^2 + 24 : 2^3 - 1 =$
e) $3^3 \cdot 2 - 3^2 + 6^2 =$
f) $4^3 : 8 + 100 : 2^2 - 0 \cdot 3 \cdot 2 =$

43) Plantea y resuelve:

- a) El triple de la suma entre el cuadrado de 7 y el cubo de 8.
b) La mitad de la diferencia entre el cubo de 8 y la tercera parte de 24.
c) La suma entre el triple de 14 y el doble de 13 decenas.
d) La diferencia entre la cuarta parte de 1 centena y 2 docenas.



- e) El producto entre la suma de 5 y media docena y la diferencia entre 7 y 3.
f) El cociente entre la suma de 35 decenas y 2 unidades con la diferencia entre la mitad de 10 y 1 unidad.

44) Expresar con operaciones combinadas y resolver:

- a) El doble de la suma entre 7 y 15.
b) El triple de 4 más el doble de 15
c) La diferencia entre: el cociente de 1400 y 7 y el producto de 12 y 10.
d) El cuadrado de 4 más el cubo de 5.
e) La diferencia entre 500 y el cuadrado de 10.
f) La suma de: 43; el cubo de 4 y el cubo de 3.

45) Realizar las operaciones combinadas.

- a) $(450 - 300) : 25 + 10 \cdot (15 + 5) =$
b) $7 + 10 : 2 - 36 : 3 + 40 \cdot 2 =$
c) $63 \cdot 5 - (20 - 8) : 4 + 88 =$
d) $4 + [15 - (10 - 8)] : 13 =$

46) Plantea y resuelve los siguientes problemas:

1. En una librería se recibe un pedido de: 1.428 lápices, 2.356 gomas de borrar, 723 sacapuntas y 1235 lapiceras. Los desean ordenar del siguiente modo: los lápices en cajas de una docena, las gomas de borrar en cajas de tres docenas, los sacapuntas en cajas de 1 docena y media y las lapiceras en cajas de media docena. Contesta:
a) ¿Cuántos artículos se recibieron en total?
b) ¿Cuántas cajas se necesitan para cada artículo?
c) ¿Cuántos artículos de cada tipo quedan sin guardar en cajas?
2. Tres compañías aportan capitales para hacer una inversión. La compañía A aporta \$ 578.764, la compañía B la mitad de lo que aporta la compañía A mas \$23.709 y la compañía C aporta \$ 56.890 menos de lo que aporta la B. ¿Cuál es el capital total de la inversión?
3. Los dueños de tres campos envían sus cosechas de trigo a un depósito. El primero envía la quinta parte del segundo, éste envía 24.370 kilogramos y el tercero envía el doble de la diferencia entre los dos anteriores. El total se guarda en partes iguales en 7 silos. ¿Cuál es la producción total de los tres campos? ¿Cuántos kilogramos se guardan en cada silo?



4. Una biblioteca de una escuela compró libros por un valor de \$18.000. En libros de ciencias sociales fueron destinados \$ 4.550; en ciencias naturales \$ 5.355 y en Plástica \$3.078. el resto fue para libros de recreación. ¿cuánto dinero fue destinado para los libros de recreación?
5. Un granjero cosechó 15.000 toneladas de cereal. Si vendió la tonelada a \$17 ¿Cuánto recaudó?
6. Un electricista gana \$105 por cada instalación de artefactos que realiza. En el mes trabajó las 4 semanas, instaló 10 ventiladores de techo y 8 de otros artefactos; en la 2º y 3º semana , 25 artefactos en cada una y en la 4º semana , 30 en total. ¿Cuánto ganó en el mes?
- 47)** En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón y triple número de caramelos de naranja que de menta y limón, juntos. En total hay 312 caramelos. Halla cuántos caramelos hay de cada sabor.
- a) Limón: 25; menta: 50 y naranja: 237 caramelos
b) Limón: 26; menta: 52 y naranja: 234 caramelos.
- c) Es imposible repartir los caramelos de esa forma.
d) Limón: 100; menta: 200 y naranja: 12 caramelos.
- 48)** Juan tiene 60 € en billetes de 5 € y de 10 €. Si el número de billetes de 5 € es el cuádruple del número de billetes de 10 €, ¿cuántos billetes tiene de cada clase?
- a) Todos los billetes tienen que ser de 5 € para tener ese dinero.
b) Tiene 2 billetes de 5 € y 10 billetes de 5 €.
c) Tiene 8 billetes de 5 € y 2 billetes de 10 €.
d) Debe tener 30 € en billetes de 5 € y otros 30 € en billetes de 20 €.
- 49)** La suma de cuatro números es igual a 90. El segundo número es el doble del primero; el tercero es el doble del segundo, y el cuarto el doble del tercero. Halla los cuatro números y marca la opción correcta.



- a) Los cuatro números son: -6; -12; -24 y -48.
- b) Los cuatro números son: 4; 8; 16 y 32.
- c) Los cuatro números son: 6; 12; 24 y 48.
- d) No tiene solución.

50) Responder marcando con una cruz según sea verdadera o falso, las siguientes igualdades:

	V	F
a) $7 + 7 + 7 = 7^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) $8 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 2 = 8^2 \cdot 2^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) $100 \cdot 100 \cdot 100 = 100^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) $13 + 13 + 13 = 13 \cdot 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) $5 + 8 + 5 + 8 + 5 = 5 \cdot 3 + 8 \cdot 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

51) Plantear y resolver las operaciones siguientes averiguando el número de que se trata:

- a) A un número, le sumo 3 y da 10.
- b) Si multiplico un número por 3 y le sumo 2 obtengo 11.
- c) El doble de un número es igual a la diferencia entre 28 y 12.

52) Encerrar en un círculo la opción correcta:

Si se divide un número por 3 y el cociente es 116 y el resto es 2, el número es:

- a) 348 b) 116 c) 350 d) Ninguna es correcta.

53) Completar el siguiente cuadro con los criterios de divisibilidad:

N°	Cuando	Ejemplo
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



9		
10		
11		

54) Responder:

- ¿Existen números naturales que tienen solo dos divisores? ¿Cómo se llaman? ¿Cuáles son los divisores?
- ¿Existen números naturales que tienen más de dos divisores? ¿Cómo se llaman? Dé un ejemplo.
- Escribe un múltiplo de 5 y de 2.
- Escribe un múltiplo de 3 y 7 mayor que 42 y menor que 70.
- Con 1, 3 y 6 escribe los números que se pueden formar y que sean divisibles por 2.
- ¿Cuáles serán los divisores de 420?

55) Coloca una cruz en el casillero correspondiente si los siguientes números son divisibles por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10 y 11.

Número	2	3	4	5	6	7	10	11
1.848								
760								
105								
424								

56) a) Escribir múltiplos de 2 y 6 mayores que 32 y menor que 50.

b) Qué números se pueden formar con los dígitos 2,3,4 sin repetir y que sean divisibles por 2 y 3, a la vez.

c) ¿Cuáles son los divisores de 530?

57) Completa con una cifra el lugar en blanco, para que el número que resulte sea divisible por el que encabeza la fila (indica todas las posibilidades en caso de existir más de una)

3 :	4 3 9 5.....,	1 9....3 1,	5.....6 2
5 :	8 7 3.....,	5 3 4,	3 4 2
4 :	3 1....2,	7 6 4.....,	6 4.....8



58) Escribe Verdadero o Falso en cada proposición:

- a) Todos los números terminados en 0 son divisibles por 5.
- b) Todo número es múltiplo de sí mismo.
- c) El 1 es múltiplo de todos los números.
- d) Un número es compuesto cuando tiene sólo dos divisores.
- e) Los números 8 y 9 son primos entre sí o coprimos.

59) Calcular, por factorización, el máximo común divisor (m.c.d) y el mínimo común múltiplo (m.c.m) de:

- a. 66 y 242
- b. 450 y 180
- c. 24, 16 y 8
- d. 45 y 15
- e. 75 y 24

60) Hallar el divisor común mayor (d.c.m) y mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los siguientes números:

- a) 72; 48 y 64
- b) 15 y 5
- c) 2; 7 y 3
- d) 18; 27 y 54

61) Alicia tiene una infección y debe tomar un antibiótico cada 3 horas, un antigripal cada 6 horas y colocarse una pomada cada 8 horas. A las 6 hs a.m. le administraron los tres medicamentos. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

62)

Un negocio es visitado por tres repartidores: uno va cada 20 días, otro cada 15 días y el tercero cada 24 días. Si hoy se encuentran los tres repartidores, indicar cuantos días pasarán hasta que esto vuelva a suceder.

63) Andrea y Mabel hacen collares artesanales con tres tipos de fantasías. Tienen respectivamente 180, 120 y 96 fantasías.



ías para hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna. ¿Cuántos collares pueden hacer? ¿Cuántas fantasías de cada grupo irán en cada collar?

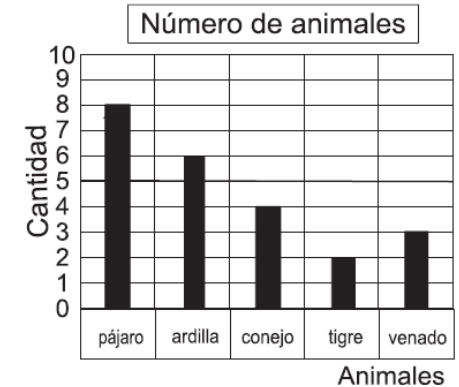
64) Martín tiene un barril que contiene 60 litros de jugo de naranja y otro con 75 litros de vino y los quiere envasar en el menor número de bidones iguales. ¿Cuántos litros contendrá cada bidón? ¿Cuántas bidones necesitará?

65) Pedro concurre a un club a practicar deportes cada dos días, Mario va al mismo club cada tres días y Juan cada cuatro días. ¿Cada cuántos días coinciden los tres en el club?

66) Se desea dividir un campo rectangular de 300 m por 180 m, en parcelas cuadradas de la mayor área posible. ¿Cuánto mide el lado de cada parcela? ¿Cuál es el área de cada una?

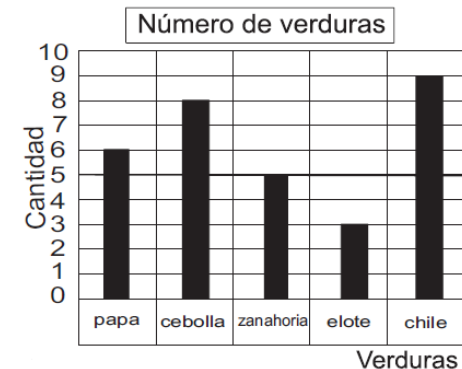
67) La siguiente gráfica representa la cantidad de animales de un zoo. Responda:
a) ¿Cuántos animales de cada especie hay?
b) ¿Qué hay más? ¿Conejos o Ardillas? ¿Cuántos más?

c) ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de venados y la de tigres?



68) La siguiente gráfica representa la cantidad de verduras. Responda:

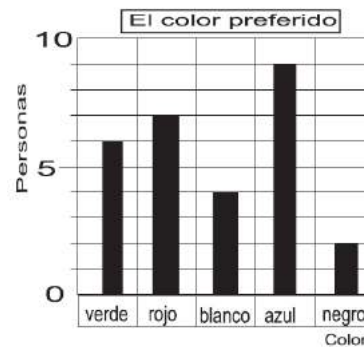
a) ¿Cuántos elotes hay?
b) ¿Cuántas verduras en total hay?
c) ¿Qué hay más, cebollas o zanahorias? ¿Cuántas más?



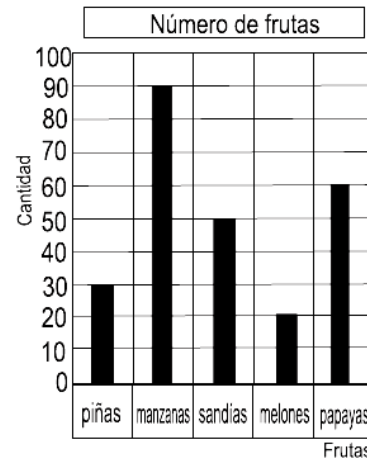


69) Se realizó una encuesta sobre la preferencia de colores y resulto la siguiente gráfica .Responda:

- ¿A cuántas personas le gusta el color rojo?
- ¿Cuál es el color preferido? ¿A cuántas personas les gusta ese color?
- ¿A cuántas personas se encuestó?



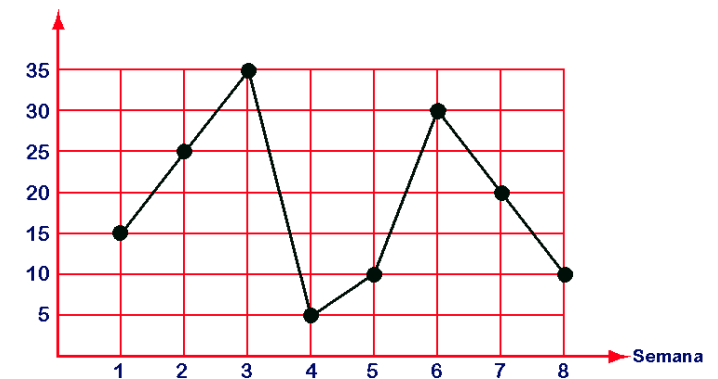
70) Se realizó un inventario de frutas en una verdulería y con la información obtenida se confeccionó la siguiente gráfica .Responda:
¿Cuántas frutas hay en la verdulería?
¿Cuántas sandías hay?
¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de manzanas y de melones?
¿Cuántas manzanas más que melones hay



71) Sony analiza la venta de televisores de 43", la información se muestra a continuación. Responda:

- ¿Cuántos TV se vendieron en las tres primeras semanas?
- ¿En qué semana se vendió un mayor número de televisores?
- En las 8 semanas posteriores a este gráfico, Sony vendió 165 televisores de 43'. ¿En cuál de los bimestres vendió más televisores de 43'? ¿Cuántos televisores más?

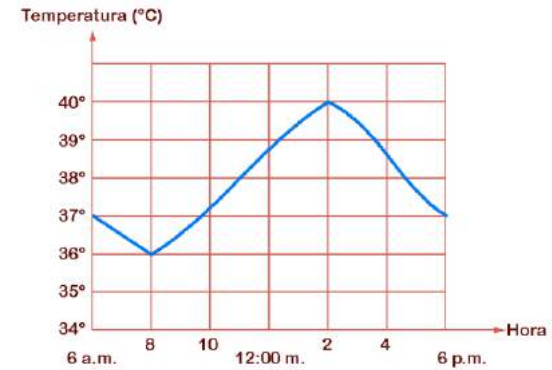
Número de TV vendidos





72) El gráfico representa la temperatura de un paciente durante el transcurso de 12 horas

- a) ¿A qué hora el paciente alcanzó la máxima temperatura?
- b) ¿Cuál fue la máxima temperatura alcanzada?
- c) ¿Durante cuánto tiempo la temperatura estuvo en aumento?
- d) ¿A qué hora el paciente alcanzó la menor temperatura?



73) Salvador quiere comprar este televisor y encuentra estas dos promociones. ¿Con cuál de las promociones resulta más barato el televisor? ¿Cuánto dinero ahorra si elige la promoción más barata?

PROMO A
Entrega: \$ 2000 y
12 cuotas de \$ 1120

PROMO B
Entrega: \$ 2500 y
18 cuotas de \$ 690





- 74)** Roentgen descubrió los rayos X en 1895 cuando tenía 50 años y 28 años más tarde murió. ¿En qué año nació y en cual murió?
- 75)** Thomas Alva Edison nació el mismo año que Alexander Graham Bell, y murió 9 años más tarde. Bell inventó el teléfono en 1876, con 29 años de edad y murió 46 años más tarde. ¿En qué año nació y murió Edison?
- 76)** Un faro se enciende cada 15 minutos, otro cada 18 minutos y un tercero cada 30 minutos. A las 6:30 de una tarde los tres coinciden, ¿cuántos minutos después vuelven a concordar? ¿A qué hora fue?

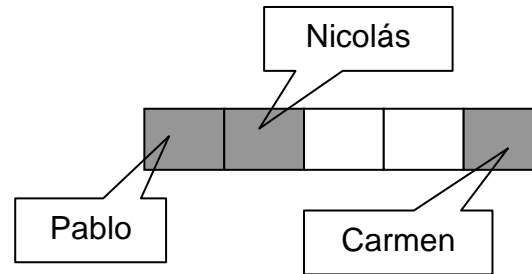


Números Racionales

Las fracciones son números que representan una división indicada entre dos números naturales. Por ser una división las partes son iguales entre sí.

Vamos a repartir un chocolate en 5 partes iguales; le daremos un pedazo a Pablo, otro a Nicolás y otro a Carmen.

Observemos el dibujo.



Se escriben de manera especial, distinguiéndose como sus elementos: numerador, línea de fracción y denominador.

Identificaremos cada una de estas partes a través de un ejemplo. Escribiremos la fracción que nos muestra los pedazos repartidos y la ubicación de sus elementos.

$$\text{línea de fracción} \rightarrow \frac{3}{5} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Numerador} \\ \text{Denominador} \end{array}$$

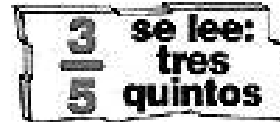
El denominador de nuestra fracción es 5, porque indica las partes iguales en que se ha dividido nuestro chocolate.

El numerador es 3, porque hemos repartido un trozo de chocolate a 3 niños, es decir, tomamos 3 pedazos.

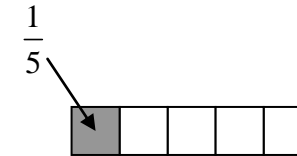


La línea de fracción separa el numerador del denominador.

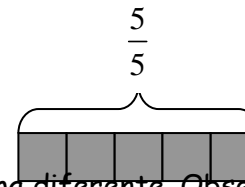
¿Cómo se lee nuestra fracción?



Cada uno de los trozos de chocolate corresponde a un quinto, que escrito numéricamente correspondi



El chocolate entero se puede identificar como la fracción cinco quintos.



Cuando una fracción tiene otro número como denominador, se lee de forma diferente. Observa el siguiente cuadro.

El entero se ha dividido en:	Si el denominador es:	Se lee:
2 partes iguales	2	medio
3 partes iguales	3	tercio
4 partes iguales	4	cuarto
5 partes iguales	5	quinto
6 partes iguales	6	sexto
7 partes iguales	7	séptimo
8 partes iguales	8	octavo
9 partes iguales	9	noveno
10 partes iguales	10	décimo



Del 11 hacia delante, el denominador toma el nombre del número seguido del sufijo -avo.

Toman nombre especiales los denominadores:
20 = vigésimos 100 = centésimos
Observemos algunos ejemplos de fracciones

Si el denominador es:	Se lee:	El entero se ha dividido en:
15	quinceavo	15 partes iguales
24	veinticuatroavos	24 partes iguales


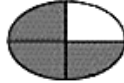
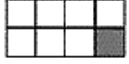
$\frac{5}{6}$ Se lee cinco sextos y quiere decir que el entero se ha dividido en 6 partes iguales y se han tomado 5 de ellas.

$\frac{3}{7}$ Se lee: tres séptimos y quiere decir que el entero se ha dividido en 7 partes iguales y se han tomado 3 de ellas.

Podemos utilizar cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, etcétera.

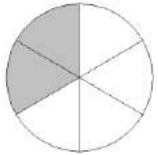
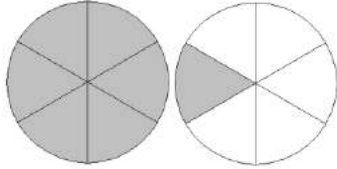
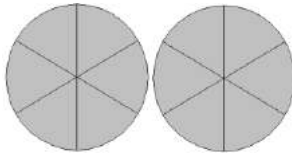
Podemos utilizar cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, etc., para representar las fracciones

Veamos algunos diagramas

 La mitad o $\frac{1}{2}$	 $\frac{3}{4}$	 $\frac{1}{8}$
El mediodía se produce cuando ha pasado la mitad del día.	Las $\frac{3}{4}$ partes de nuestro planeta están ocupadas por agua.	$\frac{1}{8}$ kg. pesa un paquete chico de manteca.



Clasificación de fracciones

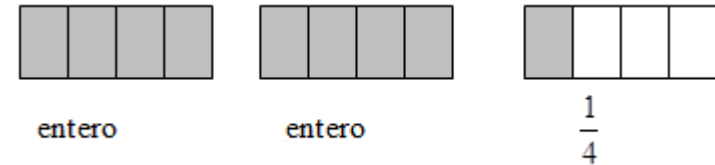
<p>Fracciones Propias: son aquellas en las que el numerador es menor que el denominador, por lo tanto, son menores que la unidad.</p>	 $\frac{2}{6} < 1$
<p>Fracciones Impropias: son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, sin ser múltiplo, por lo tanto son mayores a la unidad.</p>	 $\frac{7}{6} > 1$
<p>Fracciones Aparentes: son aquellas en las que el numerador es múltiplo del denominador, son números naturales.</p>	 $\frac{12}{6} = 2$

Número mixto:

Ahora queremos que conozcas situaciones que derivan de la clasificación de fracciones que te mostramos anteriormente. Primero nos referiremos al **número mixto**, definido como **el número entero que va acompañado de una fracción propia**.



Por ejemplo, si tenemos $2\frac{1}{4}$, significa que hay 2 enteros más $\frac{1}{4}$ de otro entero igual. Gráficamente podemos representarlo así:



Si contamos las partes pintadas, en total tenemos $\frac{9}{4}$. De este modo, podemos concluir que todas las fracciones impropias pueden transformarse en número mixto.

Para transformar fracciones impropias a número mixto, el procedimiento consiste en dividir el numerador por el denominador. El cociente será el número entero, el resto pasará a ser numerador de la fracción y mantendremos el mismo denominador.

La comprobemos para la siguiente fracción: $\frac{9}{4}$

$9 : 4 = 2$; 2 es el entero ; 1 , es el que pasa a ser el numerador siendo el mismo denominador . Por lo tanto, $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Los números mixtos también pueden transformarse en fracción impropia. Para esta operación, matemáticamente se ha creado la fórmula de multiplicar el entero por el denominador, y sumarle el numerador al producto, conservando el mismo denominador.

Observa con atención:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Numerador} & \xrightarrow{\hspace{10em}} & \\
 2\frac{1}{4} & 2 \times 4 + 1 = 9 & \text{Entonces } 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} \\
 \text{Denominador } 4. & \xrightarrow{\hspace{10em}} &
 \end{array}$$



Equivalencia de fracciones:

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte del mismo entero. Por ejemplo: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}$ y $\frac{8}{12}$ son fracciones equivalentes.

Orden y equivalencia

Existen varias cosas por descubrir si analizamos bien las fracciones. En primer término, si **comparamos dos fracciones** y dependiendo del caso-, podríamos determinar que:

- La primera es mayor que la segunda.
- La primera es menor que la segunda.
- La primera es equivalente con la segunda.

Una forma de establecer dichas relaciones es mediante la ubicación de las fracciones en la recta numérica. Así podemos entender con facilidad que:

- La fracción que está más cerca del 0 es menor.
- Las fracciones equivalentes ocupan el mismo lugar en la recta numérica.

Si tenemos fracciones de igual denominador, es menor la que tiene menor numerador; y viceversa, es mayor la que tiene mayor numerador. Si tenemos fracciones de distinto denominador, hay que calcular fracciones equivalentes a las dadas pero de igual denominador y comparar.



Productos cruzados

Hay un procedimiento matemático que nos permite obtener de manera muy rápida la relación que te explicamos antes. Se trata de lo que se conoce como "productos cruzados". Consiste en multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, este resultado se compara con el resultado del numerador de la segunda por el denominador de la primera.

Ej. $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{8}$ ¿Cómo son? $1 \times 8 = 8$ $3 \times 3 = 9$ $\frac{1}{3}$ es menor que $\frac{3}{8}$

Amplificación

Amplificar una fracción es multiplicar su numerador y denominador por un mismo número natural. Esta es una manera de calcular fracciones equivalentes a una dada.

Analizamos el ejemplo $\frac{3}{5}$

Amplificaremos $\frac{3}{5}$ por 6. Entonces

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{6} = \frac{18}{30} \quad \text{y queda} \quad \frac{3}{5} = \frac{18}{30}$$

De la posibilidad de multiplicar una fracción por cualquier número natural es posible concluir que, podemos obtener, de una sola fracción, infinitas fracciones equivalentes.

La amplificación nos sirve para ordenar más de dos 2 fracciones.

Si tenemos que ordenar tres o más fracciones, debemos fijarnos en sus denominadores. Aquí se nos presentan dos casos:

a) Si los denominadores son iguales será mayor la fracción que tenga el numerador mayor.



Por ejemplo: $\frac{6}{15}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{17}{15}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{29}{15}$

Ordenadas de menor a mayor quedan así: $\frac{3}{15} < \frac{4}{15} < \frac{6}{15} < \frac{17}{15} < \frac{29}{15}$

b) **Si los denominadores son distintos**, habrá que igualarlos. Esta operación se realiza recurriendo a calcular el mínimo común múltiplo (M.C.M.) de los denominadores -que aprendimos en una ocasión anterior-, que pasará a ser el Mínimo Común Denominador.

Por ejemplo, ordenaremos de menor a mayor $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{6}$ y $\frac{5}{8}$

Con los denominadores 3, 6 y 8 factoreamos y obtenemos como m.c.m de 3, 6 y 8 al 24.

A continuación, debemos obtener una fracción equivalente para cada una de las anteriores, pero con denominador 24.

Observemos que el denominador 3 se multiplicó por un número para convertirse en 24. Ese número es 8. Entonces, el numerador también se multiplicará por 8 para obtener la fracción equivalente por amplificación. Eso nos da: $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$

Lo mismo haremos con $\frac{5}{8}$, que queda equivalente con $\frac{15}{24}$; y con $\frac{1}{6}$, que equivale a $\frac{4}{24}$.

Ahora tenemos que ordenar $\frac{16}{24}$; $\frac{4}{24}$ y $\frac{15}{24}$. Quedan así:

$\frac{4}{24}$; $\frac{15}{24}$; $\frac{16}{24}$ todas con el mismo denominador.



Pero el resultado final lo tendremos ordenando las fracciones originales según nos pidieron, utilizando para ello la relación de equivalencia este queda así:

$$\frac{1}{6} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

Simplificación

Simplificar una fracción es dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural siempre que la división sea posible. La condición necesaria para ello es que el numerador y el denominador sean múltiplos de ese número. De lo contrario, no se puede simplificar la fracción.

Cuando no podemos simplificar una fracción, decimos que se trata de una **fracción irreducible** es decir el numerador y el denominador son números primos entre sí.

Observa los siguientes ejemplos:

a) $\frac{6}{8}$ 6 es múltiplo de 2, y 8 también. $6 : 2 = 3$ y $8 : 2 = 4$, nos queda $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$ se puede simplificar.

b) $\frac{10}{7}$ 10 es múltiplo de 2, 5 y 10, pero 7 no es múltiplo de ninguno de ellos. Por lo tanto, $\frac{10}{7}$ es una fracción irreducible.

Operaciones con números racionales

Siempre que realicemos operaciones expresaremos los resultados como fracción irreducible y en los casos que sea posible como número mixto.



Adición:

Para sumar fracciones se presentan dos casos:

- a) **Fracciones con el mismo denominador:** Da por resultado otra fracción de igual denominador cuyo numerador es la suma de los numeradores de los sumandos.

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{15}{8} \quad \text{transformamos a número mixto} \quad 1\frac{7}{8}$$

Otro ejemplo

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{8}{6} \quad \text{el resultado se puede simplificar por 2}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad \text{y también es posible transformarlo a número mixto} \quad 1\frac{1}{3}$$

- b) **Fracciones con distinto denominador:**

En este caso el procedimiento que se aplica es calcular fracciones respectivamente equivalentes a cada sumandos pero de igual denominador y proceder como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{18}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24}$$

O también de esta forma:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{18+4+3}{24} = \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24}$$



Observa atentamente los siguientes ejemplos:

$$\circ \quad 2\frac{3}{7} + 4\frac{1}{7} = \frac{17}{7} + \frac{29}{7} = \frac{46}{7} = 6\frac{4}{7}$$

$$\circ \quad 7\frac{1}{9} + 3\frac{1}{6} = \frac{64}{9} + \frac{19}{6} = \frac{128}{18} + \frac{57}{18} = \frac{185}{18} = 10\frac{5}{18}$$

$$\circ \quad \frac{3}{5} + 2 + \frac{7}{5} = \frac{6}{10} + \frac{20}{10} + \frac{7}{10} = \frac{33}{10} = 3\frac{3}{10}$$

Sustracción

Ahora analizaremos qué sucede cuando se trata de la sustracción de números racionales. Al igual que con la adición, se presentan dos casos revisamos los denominadores:

a) **Fracciones con el mismo denominador:** restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Por ejemplo:
$$\frac{11}{18} - \frac{4}{18} = \frac{7}{18}$$

b) **Fracciones con distinto denominador**

Nuevamente utilizamos el Mínimo Común Múltiplo que es el común denominador para calcular fracciones equivalentes, y luego restamos, como en el caso de los denominadores iguales.



Veamos:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \quad \circ \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$$

Otro ejemplo:

$$\circ \quad 3\frac{1}{9} - 2\frac{1}{3} = \frac{28}{9} - \frac{7}{3} = \frac{28}{9} - \frac{21}{9} = \frac{7}{9}$$

Multiplicación:

El producto de dos números racionales es otro número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores de las fracciones dadas.

En esta operación lo primero que conviene hacer es simplificar las fracciones todo lo que se pueda, siempre un numerador con un denominador de la misma fracción o de fracciones distintas.

Luego, se multiplican los numeradores entre si y los denominadores entre si obteniéndose el producto.

Este será siempre una fracción irreducible, debido a que ya se ha simplificado.

Simplificamos cruzado 2 y 4 por 2 ; 3 y 6 por 3 ; 2 y 2 por 2.

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{1}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{7}} = \frac{1}{7}$$



Si algún factor es número mixto o entero, lo reducimos a fracción impropia y luego multiplicamos. Simplificamos y reducimos a número mixto.

$$3\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{33} \cdot 5 = \frac{22}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{14}}{\cancel{33}} \cdot \frac{5}{1} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$$

División

Esta es la operación inversa a la multiplicación. Para dividir fracciones multiplicamos la primera fracción -o dividendo- por el inverso multiplicativo de la segunda fracción -o divisor-.

Por ejemplo

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} : \frac{6}{10} &= \text{Inverso multiplicativo} \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

O bien multiplicamos cruzado, el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y el denominador de la primera por el numerador de la segunda. Se puede simplificar numeradores entre sí y denominadores entre sí.

$$\frac{4}{5} : \frac{6}{10} = \frac{2}{1} : \frac{3}{2} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Para resolver divisiones de fracciones en que uno de sus elementos es número mixto o entero, lo transformamos a fracción impropia y luego resolvemos aplicando cualquiera de los métodos anteriormente descritos.



Veamos este ejemplo:

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{7} : 5 &= \\ &= \frac{15}{7} : \frac{5}{1} \\ &= \frac{15}{7} \cdot \frac{1}{5} \quad \leftarrow \text{Inverso multiplicativo} \\ &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Números Decimales:

Una fracción indica una división entre el numerador y el denominador.
Para expresar una fracción como número decimal, efectuamos una división.
Por ejemplo:

$$\frac{5}{4} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 10 \\ 20 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1,25 \\ \text{el resto es } 0 \end{array}$$



Entonces: $\frac{5}{4} = 1,25 \rightarrow$ 1 entero y 25 centésimos

1,25 es un número decimal exacto. La división también puede dar un resultado no exacto o periódico. (Este caso no lo trataremos)

Para leer números decimales se lee la cantidad de enteros y luego la parte decimal colocando al final las palabras : décimos, centésimos, milésimos, diez milésimos, cien milésimos, millonésimos según el que el número tenga respectivamente una, dos, tres, cuatro, cinco o seis cifras decimales.

parte entera parte decimal
 $\frac{263}{100} = 2,63$
 coma decimal
 y se lee dos enteros, sesenta y tres centésimos.

parte entera parte decimal
 $\frac{54}{100} = 0,54$
 coma decimal
 y se lee cincuenta y cuatro centésimos.

Para obtener la expresión decimal de una fracción sólo se necesita dividir el numerador por el denominador. Si se obtiene resto 0, la expresión decimal de la fracción es exacta, o sea, es un número decimal. Si el resto nunca es 0, la expresión decimal de la fracción es periódica y se denomina número decimal periódico.



Los números fraccionarios que tienen como denominador la unidad seguida de ceros o que tienen una fracción equivalente de esa característica se llaman fracciones decimales y pueden expresarse en otra forma llamada número decimal. A su vez, los números decimales podrán también expresarse como fracciones

	décimo 1° lugar	centésimo 2° lugar	milésimo 3° lugar
forma fraccionaria	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1.000}$
forma decimal	0,1	0,01	0,001

Números decimales exactos:

Según dijimos son aquellos cocientes cuyo resto es cero. Tal es el caso de los siguientes ejemplos:

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

Ejemplos:

$$0,39 = \frac{39}{100}$$

$$7,4 = \frac{74}{10}$$

Números decimales periódicos:

Para entenderlos, te invitamos a analizarlos cocientes entre numerador y denominador de las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{3} = 0,333.....$$

$$\frac{14}{11} = 1,2727.....$$

En estos ejemplos, el cociente repite infinitamente una o más cifras decimales en el mismo orden: 3 y 27. A estos decimales se les llama periódicos, y las cifras que se repiten reciben el nombre de período.



Una forma abreviada de marcar el período es colocar un arco sobre la o las cifras que lo componen.

Así tendremos: $\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$

Operaciones con números decimales

Adición de números decimales:

La suma de los números decimales se obtiene en forma similar a la de los números naturales. Los sumandos deben ubicarse encolumnados de tal forma, que coincidan en la misma columna unidades del mismo orden. En la adición, la coma decimal correspondiente a cada sumando debe colocarse una debajo de otra.

Observa este ejemplo.

$$3,25 + 0,049 + 2514,8 = 2518,099$$

$$\begin{array}{r} 3,25 \\ + 0,049 \\ \hline 2514,8 \\ \hline 2518,099 \end{array}$$

Sustracción de números decimales:

Como en los números naturales, es la operación inversa de la adición y para resolver sustracciones el minuendo debe ser mayor que el sustraendo.

Para resolver operaciones de sustracción de decimales, además de colocar ordenadamente los números como en la adición, es conveniente igualar el número de cifras decimales del minuendo y el sustraendo completando con ceros si hiciera falta. Lo mismo se realiza cuando uno de ellos es entero.



Observa la manera en que se resuelven las siguientes sustracciones:

$$\begin{array}{r} 32,5 - 0,1398 \\ \text{DU, d c m dm} \\ \hline 32,5000 \\ - 0,1398 \\ \hline 32,3602 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 328 - 1,16 \\ \text{CDU, d c} \\ \hline 328,00 \\ - 1,16 \\ \hline 326,84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,243 - 3 \\ \text{U, d c m} \\ \hline 5,243 \\ - 3,000 \\ \hline 2,243 \end{array}$$

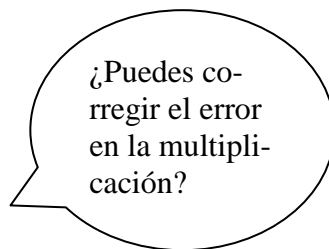


Multiplicación de números decimales.

La multiplicación de decimales puede presentar sus dos factores decimales o uno de ellos puede ser entero. En ambos casos se obtiene el producto de la misma forma: se multiplican los números como si fueran naturales y el número de cifras decimales del resultado es igual a la suma de los números de cifras decimales de sus factores.

Observa los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 132,8 \\ \times 16 \\ \hline 7968 \\ 1328- \\ \hline 212,48 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 0,354 \\ \times 23 \\ \hline 1062 \\ 708- \\ \hline 8,142 \end{array}$$

Una regla práctica muy útil surge de analizar lo que sucede cuando se multiplican números por la unidad seguida de ceros. Por ejemplo:

$$\begin{array}{l} 1,5 \cdot 10 = 15 \\ 345 \cdot 100 = 34500 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3,48 \cdot 10 = 34,8 \\ 19,825 \cdot 100 = 1982,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0,18 \cdot 10 = 1,8 \\ 5,489 \cdot 100 = 548,9 \end{array}$$

Es decir que: "para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el número dado y, si es necesario, se agregan ceros".

División de números decimales

Vamos a analizar los siguientes casos:

- El dividendo y el divisor son números naturales.

Se nos pueden presentar casos en los que el cociente sea exacto pues el dividendo es múltiplo del divisor.



Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 8} \\ 0 \quad 4 \end{array}$$

O se nos pueden presentar casos en los que el cociente sea decimal pues el dividendo no es múltiplo del divisor. Para calcular estos cocientes, expresamos al dividendo como un número decimal con determinada cantidad de decimales iguales a cero y dividimos como si se tratara de divisiones entre números naturales pero colocamos la coma en el cociente al considerar la primera cifra decimal del dividendo. Generalmente calculamos los cociente con dos o tres cifras decimales.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 34,00 \overline{) 8} \\ 20 \quad 4,25 \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

- El dividendo o el divisor o ambos son números decimales.

Para resolver estas divisiones utilizaremos el siguiente concepto: si multiplicamos dividendo y divisor por un mismo número, el resultado no cambia. Entonces la estrategia será multiplicar dividendo y divisor por la unidad seguida de tantos ceros como nos resulte adecuado para que dividendo y el divisor se transformen en números naturales. A continuación, analiza los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 4,2} \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \\ 260,00 \overline{) 42} \\ 080 \quad 6,19 \\ 380 \\ 02 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16,75 \overline{) 2,5} \\ \downarrow \times 100 \quad \downarrow \times 100 \\ 1675,0 \overline{) 250} \\ 1750 \\ 0 \quad 6,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,4 \overline{) 28} \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \\ 84,0 \overline{) 280} \\ 000 \quad 0,3 \end{array}$$



Así como existe una regla práctica para multiplicar por la unidad seguida de ceros, existe una para dividir por la unidad seguida de ceros. De la observación cuidadosa de los siguientes ejemplos podremos inducirla:

Ejemplos:

$$15 : 10 = 1,5$$

$$4,25 : 100 = 0,0425$$

$$876,5 : 10 = 87,65$$

$$7 : 100 = 0,07$$

$$90,87 : 10 = 9,087$$

$$65 : 1000 = 0,065$$

Es decir que: "para dividir un número por la unidad seguida de ceros se desplaza la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tenga el número dado y, si es necesario, se agregan ceros".



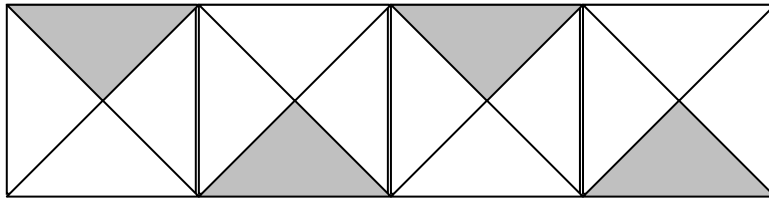
EJERCITACIÓN

1) Recuadrar con el mismo color las fracciones que sean equivalentes:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{24}{40} \quad \frac{15}{25} \quad \frac{2}{6} \quad \frac{16}{36}$$

2) ¿Qué parte de la guarda representa lo sombreado?

¿Y lo que no está sombreado?



3) Dadas las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{3}; \frac{3}{3}; \frac{9}{5}; \frac{8}{4}; \frac{2}{3}; \frac{9}{6}$$

- a) Representa gráficamente la tercera y la quinta.
- b) Clasifícalas en propias, impropias y aparentes
- c) Expresa las fracciones dadas como números mixtos cuando sea posible.
- d) ¿A cuál de las fracciones dadas es equivalente $\frac{27}{18}$?

4) Unir con flechas.

Cinco octavos		$\frac{1}{5}$
Tres centésimos		$\frac{3}{4}$
Un quinto		$\frac{5}{8}$
Dos quinceavos		$\frac{3}{100}$
Tres cuartos		$\frac{2}{15}$



5) Completar la relación con una cantidad expresada como fracción.

$$- > \frac{3}{5} \qquad - > \frac{7}{10}$$

$$- < \frac{1}{2} \qquad \frac{6}{8} < -$$

6) Escribir una fracción en la línea punteada.

$$\frac{4}{3} < \dots\dots\dots < \frac{10}{3} \quad ; \quad \frac{3}{4} > \dots\dots\dots > \frac{1}{2}$$

Recuadra las fracciones equivalentes a: $\frac{3}{4}$

$$\frac{6}{8}; \frac{12}{20}; \frac{4}{9}; \frac{3}{4}; \frac{38}{48}; \frac{42}{56}; \frac{54}{72}; \frac{1}{4}; \frac{24}{32}$$

7) Completar.

a) ¿Cuántos quintos hay en dos enteros?

b) ¿Cuántos enteros hay en $15/7$?

c) ¿Cómo se expresa 7 como fracción de denominador 10?

d) ¿Cuánto equivale 6 con numerador 18?

8) Mencionar cuál de estas fracciones son mayores que la unidad y expresarlas como número mixto.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{15}{9} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{1}{4}$$

9) Completar el siguiente cuadro

Frac- ción de un día	6 hs	8 hs		18 hs			48 hs
			$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{2}$	
Frac- ción de un kilo- gramo	200 g	250 g			800 g		
			$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{8}$



10) Resolver:

En el Colegio Nacional de Monserrat, $\frac{1}{4}$ de los alumnos de un coro han nacido en 1980; los $\frac{3}{8}$ en 1981 y el resto en 1979. Si el coro tiene 48 miembros, calcular el número de alumnos nacidos en cada año.

11) Resolver:

Se ha pintado la mitad de un poste de rojo y $\frac{1}{5}$ de azul. ¿Qué parte queda sin pintar?

12) Resolver:

De una caja se ha llenado $\frac{1}{4}$ con semilla de girasol, $\frac{2}{5}$ con semilla de maíz y $\frac{1}{8}$ con semilla de trigo.

- a) ¿Qué parte de la caja queda sin semilla?
- b) Si la caja tiene una capacidad de 1.000 gr ¿Cuántos gramos se han colocado de cada semilla?

13) Resolver:

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{7}{2} =$ b) $\frac{8}{4} - \frac{1}{4} + \frac{5}{4} =$ c) $\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5} =$

d) $2\frac{7}{11} + 1\frac{3}{11} =$ e) $\frac{1}{4} + 3 =$ f) $\frac{7}{3} - 2 =$

g) $\frac{5}{7} - \frac{1}{2} + \frac{15}{14} =$ h) $2\frac{1}{2} + 3 - 1\frac{3}{6} =$ i) $\frac{17}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

j) $\frac{7}{6} - \frac{4}{15} =$ k) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} =$ l) $\frac{11}{4} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{8}{22} =$

m) $\frac{6}{10} \cdot 1\frac{1}{3} =$ n) $\frac{5}{9} : \frac{10}{12} =$ o) $1\frac{4}{5} : \frac{9}{5} =$

14) Resolver:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot 2 =$ b) $\frac{4}{3} : \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 3 =$

c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} : 2 =$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{5} =$

e) $2 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)^2 =$ f) $\frac{5}{12} + \frac{9}{16} \cdot \frac{4}{3} =$



g) $\left(\frac{2}{9} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{6}{5} - \frac{2}{3} =$

h) $\frac{1}{12} + \frac{3}{15} : \frac{4}{5} + \frac{2}{3} =$

i) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

j) $\frac{5}{6} + \left(\frac{1}{4} : \frac{3}{2}\right)^2 =$

15) Resuelve los siguientes problemas:

- a) En una academia se enseña alemán, inglés y francés. Si $\frac{1}{4}$ del alumnado estudia alemán y $\frac{3}{5}$ inglés, ¿Qué parte estudia francés?
- b) Se contrataron tres obreros para hacer una obra. Juan hizo $\frac{1}{6}$, Pedro el doble de Juan y Martín, la mitad de lo que hicieron Juan y Pedro juntos. ¿Terminaron el trabajo? En caso negativo, ¿qué parte falta de hacer?
- c) En un club $\frac{2}{5}$ de los socios practican natación, $\frac{1}{4}$, tenis y $\frac{3}{10}$, fútbol. ¿Todos practican algún deporte? Si el total de socios es 240, ¿cuántos practican cada actividad?

- d) En una biblioteca hay 720 libros repartidos de la siguiente manera: $\frac{1}{12}$ de los libros son de Historia, $\frac{3}{20}$, de Geografía, de Matemática hay tantos como los de Historia y Geografía juntos, los de Castellano coinciden con la diferencia entre los de Geografía e Historia y los demás son novelas. Calcula la cantidad de libros de cada tipo que tiene esa biblioteca.

16) Completar el siguiente cuadro.

SE ESCRIBE	SE LEE
0,6	Seis décimos
1,75	
	Dos enteros, cincuenta y seis milésimos
4,3	

17) Ordenar de mayor a menor

0,35 9,6 3,11 1,31 9,65 1,13



18) Intercalar dos números decimales para que se complete la fila.

a) $1,8 < 2,56 < \dots < 2,91 < \dots < 3,5$

b) $115,76 > \dots > 100 > \dots > 93,4$

19) Ordena de menor a mayor los siguientes números decimales

$5,4 ; 5,004 ; 5,0004 ; 5,0 ; 4,4 ; 4,98 ; 5,04 ; 5,024$

20) Unir con flechas los que sean iguales. Escribe en cada caso la fracción irreducible.

2,3		$\frac{15}{10}$
0,075		$\frac{23}{10}$
0,66		$\frac{75}{1000}$
1,5		$\frac{66}{100}$

21) Transforma las expresiones coloquiales a números decimales y realiza las operaciones

- siete enteros y seis centésimas MÁS ciento cinco enteros =
- treinta y seis milésimas MÁS tres enteros y dos décimas =
- doce milésimas MÁS trece décimas =
- dos enteros y setenta y cinco centésimas MENOS cero entero veinticinco centésimas =
- veintiocho centésimas MENOS treinta y dos milésimas =
- cincuenta enteros POR dos enteros y tres décimas =
- cuarenta y dos milésimos POR la unidad seguida de cuatro ceros.
- cinco décimos POR mil.
- un entero 8 centésimos DIVIDIDO por tres.
- treinta y seis enteros doce centésimos DIVIDIDO por doce.

22) Calcular el resultado

a) $0,65 + 1,389 + 2,6 =$



b) $1,3 + 6,49 + 7,596 =$

c) $154,309 + 17,98 + 1 + 17,35 =$

d) $16 + 38,5 + 4,93 + 0,392 =$

e) $149,756 - 54,39 =$

f) $76,18 - 50,36 =$

g) $44,1 - 36,587 =$

h) $23,61 - 18,379 =$

i) $100 - 84,962 =$

j) $50 - 31,09 =$

k) $70,3 \cdot 8 =$

l) $17,39 \cdot 5,9 =$

m) $86,39 \cdot 1,7 =$

n) $24,75 : 3 =$

o) $73,24 : 2,3 =$

p) $1,743 : 0,82 =$

q) $65 : 1,4 =$

r) $156 : 0,35 =$

23) Resolver:

María compró dos libros de cuentos. Uno de ellos cuesta \$ 14,65 y el otro \$ 8,5. Le sobran \$ 6,85 ¿Cuánto dinero tenía María?

24) Resolver:

Se ha pagado la suma de \$ 49 con monedas de 25 centavos ¿Cuántas monedas se necesitaron?

25) Resolver:

Una jarra vacía pesa 0,64 Kg y llena de agua pesa 1,7 Kg ¿Cuánto pesa el contenido?



26) Resolver:

¿Cuántas botellas completas de 1,375 l cada una se pueden llenar con un bidón que contiene 25,625 l?

27) Contestar:

- Juan tiene 5,5 pesos y su madre le dio 7 pesos. ¿Cuántos tiene ahora?
- El lunes corrió 112,50 metros y el martes 310,45 metros. ¿Cuántos m. he corrido entre los dos días?
- Una botella contiene 1,5 litros. Si sacamos 0,5 litros. ¿Cuántos litros le quedan?
- Esteban tenía 5,25 pesos y se gastó 4 pesos. ¿Cuánto le queda?
- Un padre dio a cada uno de sus tres hijos 2,55 pesos a cada uno. ¿Cuánto dinero les dio a todos?
- Una pera pesa 0,12 kilos. ¿Cuánto pesarán 9 peras?
- El padre de Juan entregó 10,75 pesos a sus cinco hijos. ¿Cuánto le tocó a cada uno?
- Un profesor reparte 21,85 pesos entre los 19 alumnos de la clase. ¿Cuánto dará a cada uno?

28) Resolver:

- a) Un ciclista ha recorrido 145,8 km en una etapa, 136,65 km en otra etapa y 162,62 km en una tercera etapa. ¿Cuántos kilómetros le quedan por recorrer si la carrera es de 1.000 km?
- b) De un depósito con agua se sacan 184.5 l y después 128.75 l, finalmente se sacan 84.5 l. Al final quedan en el depósito 160 l. ¿Qué cantidad de agua había el depósito?
- c) Se tienen 240 cajas con 25 bolsas de café cada una. Si cada bolsa pesa 0.62 kg, ¿cuál es el peso del café?

29) Resolver y comparar los resultados.

a) $(2 - 1,459) \cdot 1,2 =$

b) $(3,04 - 2,005) \cdot 0,03 =$

c) $3,04 \cdot 0,03 - 2,005 \cdot 0,03 =$



30) Resuelve los siguientes ejercicios combinados con decimales.

- a) $25,10 \cdot 4 - 15,3 : 0,2 =$
- b) $7,28^2 + 10,05 : 0,25 - 3,9 : 1,3 =$
- c) $(26,7 - 13,542) \cdot (0,03 + 0,42) =$
- d) $(17 - 14,9) \cdot 0,5 =$
- e) $37 - 14,9 : 0,5 =$
- f) $5,1^2 + 2,3^2 =$
- g) $(5,1 + 2,3)^2 =$
- h) $345,89 \cdot 10,512 \cdot 0,986 + 5,02 : 2^2 =$
- i) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \cdot 0,1 =$
- j) $\left(\frac{36}{5} + 2,57 - 6,0496\right) \cdot 1,3 =$

31) Calcula el resultado de las siguientes operaciones, en todos los casos, si es posible, simplifica el resultado y exprésalo en número mixto.

- 1) $\frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} =$
- 2) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{6}{5} =$
- 3) $\frac{8}{4} + \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4} =$
- 4) $\frac{8}{20} - \frac{5}{20} =$
- 5) $\frac{8}{9} - \frac{3}{15} =$
- 6) $\frac{2}{4} - \frac{1}{7} =$
- 7) $\frac{17}{18} - \frac{5}{9} =$
- 8) $4\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3} =$
- 9) $1\frac{1}{8} - \frac{3}{12} =$
- 10) $2\frac{1}{4} + 1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} =$
- 11) $\frac{1}{12} - \frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$
- 12) $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} =$
- 13) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} =$
- 14) $\frac{4}{3} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{21} =$
- 15) $1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot \frac{15}{4} =$
- 16) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{6} =$
- 17) $\frac{7}{9} : \frac{9}{9} =$
- 18) $\frac{14}{16} : \frac{27}{4} =$
- 19) $1\frac{1}{15} \div \frac{5}{6} =$
- 20) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$
- 21) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$
- 22) $\left(\frac{11}{4} - 2\right)^2 =$



32) Plantea y resuelve.

1.- En una fiesta 3 niños comieron $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ de una torta. ¿Qué parte de la torta comieron entre los tres? Y ¿Qué parte queda aún?

33) Completa el siguiente cuadro

a	b	$(a+b) : 5$	$a + b \cdot \frac{2}{5}$	$(a-b)^2$
$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{3}$			

34)

En una panadería se vendieron $\frac{9}{10}$ de las facturas que habían horneado ese día. Si se vendieron 198 facturas, ¿Cuántas habían horneado? ¿Cuántas quedaron?

2.- ¿Cuál es el importe de $6\frac{3}{4}$ kg de manzanas a razón de

5,96 pesos el kilogramo?

3.- ¿Cuánto vale $\frac{1}{4}$ m de tela a \$ 60 el metro?

35)

Para preparar tres tartas se usan $\frac{4}{5}$ kg de harina y para

preparar una piza se usa $\frac{1}{4}$ kg. Si se quiere hacer am-

bas preparaciones, ¿Cuántos paquetes de un kilogramo de harina se necesitan? ¿Cuánta harina se utiliza para hacer dos tartas?

P



Sistema Métrico Legal Argentina (SI.Me.L.A.)

El hombre siempre ha medido las cosas que lo rodean. Medir es comparar. Para determinar una medida se debe elegir una unidad adecuada y establecer cuántas veces entra esa unidad en lo que se quiera medir.



Cuando medimos la longitud de un objeto, decimos cuántas veces entra la unidad de medida elegida en el largo de ese objeto. Para que esa unidad sea común se tomó por **convención** una unidad principal llamada **metro** que es fija, universal e invariable.

En la Argentina se adoptó en 1972 el SI.ME.L.A. (Sistema Métrico Legal Argentino) que está elaborado sobre la base del Sistema Internacional.

Unidad: Es el patrón de medida del sistema por ejemplo metro, gramo, litro, metro cuadrado.

Múltiplos: Son unidades mayores que la unidad del sistema. Se ubican a la izquierda de la unidad. **Sub-**

múltiplos: Son unidades menores que la unidad del sistema. Se ubican a la derecha de la unidad.

Si deseamos medir longitudes más pequeñas que el metro, utilizaremos:			Si deseamos medir longitudes más grandes que el metro, utilizaremos:		
					
decímetro	dm	1 dm = 0,1 m	decámetro	dam	1 dam = 10 m
centímetro	cm	1 cm = 0,01 m	hectómetro	hm	1 hm = 100 m
milímetro	mm	1 mm = 0,001 m	kilómetro	km	1 km = 1.000 m
1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm			1 m = 0,1 dam = 0,01 hm = 0,001 km		



En el siguiente cuadro aparecen las unidades, múltiplos, submúltiplos, sus notaciones y relaciones entre ellos de las medidas de longitud, masa, capacidad y superficie correspondientes al S.I.M.E.L.A.

Medidas de Longitud

Múltiplos			Unidad		Submúltiplos		
<u>Mam</u>	km	<u>hm</u>	dam	m	dm	cm	mm
10000m	1000m	100m	10 m	1 m	1/10 m	1/100 m	1/1000 m
Miriámetro	kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro

Medidas de Masa

Múltiplos			Unidad		Submúltiplos		
<u>Mag</u>	kg	hg	<u>dag</u>	g	dg	cg	mg
10000g	1000g	100g	10 g	1 g	1/10 g	1/100 g	1/1000 g
Miriagramo	kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo

Medidas de Capacidad

Múltiplos			Unidad		Submúltiplos		
Mal	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
10000l	1000l	100l	10 l	1 l	1/10 l	1/100 l	1/1000 l
Mirialitro	kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro



Observamos en la tabla correspondiente a las medidas de longitud que:

Si tomamos que: $1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$ y $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

Además $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ y $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

Entonces:

$1 \text{ km} = 10 \text{ hm}$ y $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$

Estas relaciones nos permiten inferir que **una unidad cualquiera de la tabla es 10 veces la unidad ubicada inmediatamente a la derecha y cualquier unidad de la tabla es la décima parte de la unidad ubicada a su izquierda.**

Por lo tanto, las unidades ubicadas a la izquierda de otras son mayores que las ubicadas a la derecha.

Para realizar una reducción de una unidad de longitud a otra, lo que debemos hacer es multiplicar o dividir el número dado por la unidad seguida de tantos ceros como cantidad de unidades haya entre el dato y la unidad a la que se pretende reducir (multiplicando si el dato es una unidad mayor que la que se trata de encontrar y dividiendo si el dato es una unidad menor que la que se trata de encontrar)

En forma práctica suele procederse de la siguiente manera:

Para realizar reducciones de una unidad a otro es conveniente posicionarse en la tabla y saber hacia que lado debo desplazarme.

- 1-Si debo pasar de un múltiplo a un submúltiplo el número se agranda y debo desplazarme hacia la derecha.



Por ej. $31 \text{ m a mm} = 31000 \text{ mm}$

- 2- Pero si paso de un submúltiplo a un múltiplo el número se achica y debo desplazarme hacia la izquierda.
Por ej. $12 \text{ dm a dam} = 0,12 \text{ dam}$
- 3- Por ej. $54 \text{ m a km} = 0,054 \text{ km}$

MÚLTIPLOS				UNIDAD	SUBMÚLTIPLOS		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
		3	1	0	0	0	
		0,	1	2			
0,	0	5	4				

Debemos posicionarnos en la tabla y luego completar los lugares como lo muestra el cuadro anterior.

De igual manera se procede con medidas de masa y capacidad.



MEDIDAS DE LONGITUD

MULTIPLoS				UNIDAD	SUBMULTIPLoS		
mam	Km	hm	dam	m	dm	cm	mm
10.000 m	1.000 m	100 m	10 m	1 m	1/10 m	1/100 m	1/1000 m
miriámetro	kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro

MEDIDAS DE MASA

MULTIPLoS				UNIDAD	SUBMULTIPLoS		
mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
10.000 g	1.000 g	100 g	10 g	1 g	1/10 g	1/100 g	1/1000 g
miriagramo	kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	Decigramo	centigramo	miligramo

MEDIDAS DE CAPACIDAD

MULTIPLoS				UNIDAD	SUBMULTIPLoS		
mal	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
10.000 l	1.000 l	100 l	10 l	1 l	1/10 l	1/100 l	1/1000 l
mirialitro	kilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro

Medidas de Tiempo

Algunas de las unidades que utilizamos para medir el tiempo son: el **día**, la **hora**, el **minuto** y el **segundo**.

Otras unidades de tiempo mayores son el **año**, el **mes** y la **semana**.

Resumiendo

1 día	=	24 horas	1 año	=	12 meses
1 hora	=	60 minutos	1 semana	=	7 días
1 minuto	=	60 segundos			



EJERCITACIÓN

1) Completar los siguientes cuadros

	<u>hm</u>	cm	m	dam
3,35 m				
0,0963 km				
12,38 <u>dm</u>				

	kg	cg	mg	g
1,389 hg				
4,5 dag				
16,2 dg				

	l	<u>dal</u>	ml	cl
0,0018 hl				
3,48 dl				
0,0629 kl				

2) Colocar la denominación que corresponda

32,7 l	0,327
	327
	3,27

31 cm	0,31
	310
	0,031



0,086 dag	8,6
	86
	0,0086

7,36 hl	736
	0,736
	73,6

3) Colocar los signos $>$, $<$ ó $=$ según corresponda.

3,2 m 0,32 dam

81,4 cl 8,14 l

500 kg 5000 dag

25 dl 0,025 dal

0,001 hm 1 dm

1,36 g 0,136 dg:

4) Completar con las reducciones anterior y posterior como lo muestra el ejemplo.

0,072 dam	0,72 m	7,2 dm
	68,34 cg	
	0,003 hl	
	4,2 dm	

5) Ana tiene dos cintas de tela. Una mide tres metros, dos décimos de metro y cuatro centésimos de metro. La otra, tres metros con veinticuatro centésimos de metro. ¿Hay una más larga? ¿Por qué?



- 6) El depósito de nafta de una estación de servicio tiene una capacidad de 20 000 litros. a) ¿Cuál es la capacidad del depósito en hl?, b) Si el tanque de nafta del auto de Claudia tiene una capacidad de 3,5 dal, ¿cuántos tanques iguales se podrán llenar con todo el contenido del depósito de la estación? ¿Sobra nafta?
- 7) Andrea fue a la verdulería Compró 2 kg de naranjas, 15,75 dg de manzanas, 2500 g de mandarinas y 0,125 mag de peras. ¿Cuántos kg de fruta compró en total?
- 8) Un camionero viaja desde una ciudad a otra en tres etapas. En la primera recorre 17 000 dm, en la segunda 3 mam y en la tercera 1000hm. ¿Cuántos km hay entre las dos ciudades?
- 9) Una canilla pierde 0,95 ml de agua por minuto. Sabiendo que el tanque tiene una capacidad de 15 hl: a) ¿Cuántos dl pierde por día?, b) ¿Cuántos litros de agua quedan en el tanque al cabo de una semana si no entra agua y no se abre ninguna canilla?

10) De una pieza de género se han vendido 13,75 m, luego 9,50 dam y finalmente 22 500mm. Si aún quedan 0,7511 hm, ¿cuántos cm tenía la pieza?

11) Para empapelar una habitación se utilizan 8 rollos de papel pagando \$ 75 cada uno. Por la mano de obra total se abona $\frac{4}{3}$ del costo del papel. ¿Cuál será el gasto que origina la obra?

12) Según un estudio de Aguas Cordobesas, una familia tipo gasta un promedio de 86,5 dal por día. ¿Cuánto será el gasto promedio de una familia en hl en un año?

13) Un taxista realizó cuatro viajes: en el primero recorrió 45 hm, en el segundo, 0,25 mam, el tercero fue de 80 km y por último uno de 35 000 m. Si le pagan \$ 1,5 el km, ¿cuánto dinero cobró sin contar las bajadas de bandera?



14) Por cada kilo de naranjas que se exprime, se obtiene $\frac{1}{4}$ litro de jugo. ¿Cuántos hg de esas naranjas hay que exprimir para obtener 8,5 litros de jugo?

15) Un tren recorre 146,50 km en 1 hora y media. ¿Cuántos km recorrerá en 3 horas viajando siempre a la misma velocidad?

16) La cortina de una ventana tiene 4,20 m de ancho. ¿Cuál es el ancho de la ventana si el ancho de la cortina es $\frac{7}{4}$ del ancho de la ventana?

17) Por la compra de 12,5 litros de combustible se pagaron \$ 57,50. ¿Cuánto deberá pagarse por la compra de 2,8 dal de ese combustible?

18) ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ litros se pueden llenar con 1520 dl de agua? ¿Sobra? En caso afirmativo, ¿cuánto?

19) Pablo tiene 92,5 dm de cinta para confeccionar moños. Para cada moño necesita $\frac{2}{5}$ m de cinta. ¿Cuántos cm de cinta le sobrará después de hacer la mayor cantidad de moños posibles?

20) Un comerciante debe repartir en partes iguales entre 7 comercios su existencia de azúcar. Cuenta para ello con 8 bolsas de 12,8 Kg c/u; 15 bolsas de 9,07 Kg c/u y media docena de bolsas de 23,5 Kg c/u. ¿Cuántos hg recibe cada almacén?

21) De un barril que contiene 30,5 litros de vino se sacaron primero 4,83 litros; luego el doble de lo anterior y por último 1,14 litros. El resto de envasará en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro cada una. ¿Cuántas botellas se llenaron?



22) Marta pesa $\frac{6}{5}$ de lo que pesa Juana y Enrique pesa $\frac{8}{9}$ de lo que pesa Marta. Si Juana Pesa 60Kg ¿Cuántos gramos pesa Enrique?

Enrique pe-

23) Dos automóviles A y B deben recorrer un mismo trayecto de 572 km. Los dos parten a la misma hora y del mismo lugar. El automóvil A lleva recorrido los $\frac{5}{11}$ del trayecto y el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros llevan recorridos cada uno?

24) La bruja Cachabacha quiere preparar una fórmula, para el dolor del dedo meñique, que encontró en un viejo libro de pócimas y hechizos. Leé con atención la hoja del libro y ayudá a Cachabacha a preparar la poción.

Pócima 51 bis. Contra el dolor del dedo meñique

1º De los elementos que lleva la pócima:

- $\frac{1}{4}$ del total son patas de rana,
- $\frac{1}{2}$ del resto son colas de iguana macho,
- Y se completan todos los elementos con 30 colmillos izquierdos de víbora cascabel.

2º Dejar hervir todos los elementos hasta obtener una coloración verde musgo.





- a) Qué parte del total de elementos representan las colas de iguana macho? (Graficá)
- b) ¿Qué parte del total de elementos representan los 30 colmillos izquierdos de cascabel?
- c) ¿Cuántas patas de rana y cuántas colas de iguana, necesita Cachabacha para preparar la poción?



- d) Después de hervir la preparación durante tres noches y dos días, a Cachabacha le quedaron $4\frac{2}{3}$ litros de pócima verduzca. De los cuales vendió la mitad a su hermana Maruja y a la otra mitad la quiere colocar en frascos de $\frac{1}{6}$ litros cada uno. Respondé: ¿Cuántos frascos podrá llenar Cachabacha?

- e) Maruja se dedica a inventar y patentar hechizos curativos. De sus hechizos la tercera parte es para aliviar la culebrilla, las dos quintas partes del resto son para eliminar el mal aliento, y el resto son contra el mal de amores. Respondé: ¿Qué parte de la producción de hechizos son contra el mal de amores? (Graficá)

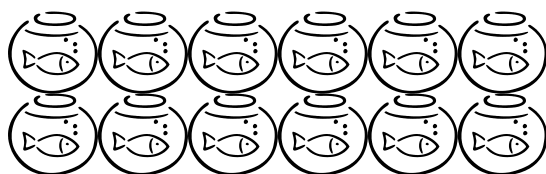




- f) Cachabacha se fue de compras al mercado negro de la magia y compró 6 bolsitas con ojos de lechuza hembra, todas del mismo precio. Gastó las $\frac{3}{7}$ partes del dinero que tenía. Si le quedaron \$24; ¿cuál es el precio de cada bolsita?



- 25)** Dibuja las peceras que faltan para completar el todo sabiendo que las representadas debajo son $\frac{6}{7}$ del todo



- 26)** Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorrido los $\frac{5}{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros llevan recorridos cada uno?

- 27)** Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno tiene las $\frac{5}{6}$ partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo?



28) En un taller han arreglado en una semana 70 coches. Dos séptimos de los coches tenían estropeados los frenos, tres quintos de los coches tenían rayada la pintura y el resto tenía alguna luneta rota. ¿Cuántos coches tenían alguna luneta rota?

29) Asociar cada fracción de hora con los minutos correspondientes uniendo con flechas y completar la casilla vacía.

$$\frac{1}{2}$$

45 min.

$$\frac{3}{4}$$

30 min.

$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{2}{3}$$

40 min.

$$\frac{1}{12}$$

6 min.



Geometría

Geometría es una palabra que deriva del griego geo: "tierra" y metría: "medida", es decir: medir la tierra. Esta rama de la matemática nació en el Antiguo Egipto donde los hombres debían restablecer los límites de sus campos después de cada crecida del río Nilo. Nosotros estudiaremos la geometría plana que se ocupa de las formas que se presentan en el plano.

Consideraremos primero los entes geométricos fundamentales que se toman como conceptos primitivos y no se definen, estos son:

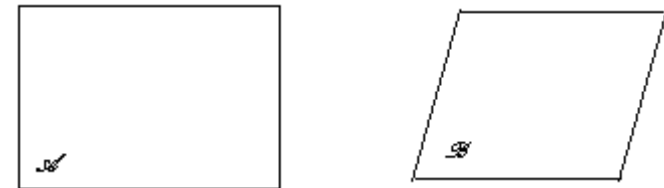
El punto Nos da idea de punto la marca que deja un lápiz al apoyarlo sobre una hoja o la marca de la tiza sobre el pizarrón y se nombra con una letra minúscula.



La recta Nos da idea de recta el borde de una mesa y se designan con letras mayúsculas de imprenta o dos letras minúsculas correspondientes a dos puntos pertenecientes a ella con una doble flecha arriba. Por ejemplo:



El plano Nos da idea de plano la superficie del pizarrón o una pared lisa y se designan con letras griegas mayúsculas. Por ej:



A continuación recordaremos algunos conceptos geométricos básicos.



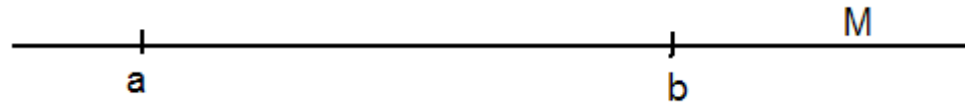
Semirrecta

Una semirrecta es la parte de una recta determinada por uno de sus puntos, llamado origen, y todos los puntos de la recta que le siguen según uno de los sentidos u *ordenamientos naturales*. Luego, una semirrecta tiene primer punto, pero no tiene último punto. Se designa como \overrightarrow{oa} semirrecta de origen o que pasa por a.



Segmento

Es la parte de una recta que está limitado por dos puntos.



Símbolo: \overline{ab} se lee: **segmento ab**

Semiplano

Si consideramos una recta contenida en un plano, ésta separa al plano en dos partes; cada una de esas partes se denomina semiplano.





Posiciones relativas de dos rectas en el plano

Dos rectas contenidas en un plano pueden ser secantes o paralelas.

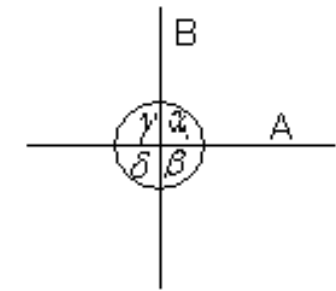
Rectas secantes: Dos rectas son secantes cuando tienen un punto común y éstas a su vez pueden ser:

- a) **Rectas oblicuas:** Si se cortan formando ángulos diferentes, o
- b) **Rectas perpendiculares**

Dos rectas son **perpendiculares** cuando se cortan formando cuatro ángulos iguales.

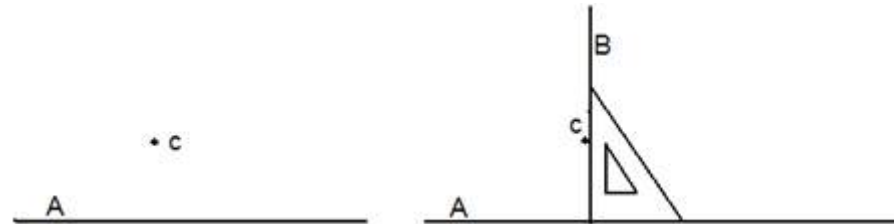
Cada uno de ellos recibe el nombre de ángulos rectos.

Dado un punto perteneciente a una recta o exterior a ella, por él pasa una y sólo una perpendicular a dicha recta.



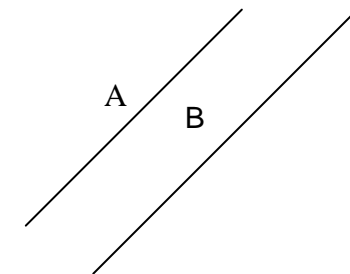
$$A \perp B \text{ si } \alpha = \beta = \gamma = \delta$$

El trazado de perpendiculares puede efectuarse con escuadra, por un punto perteneciente a la recta o exterior a la misma.



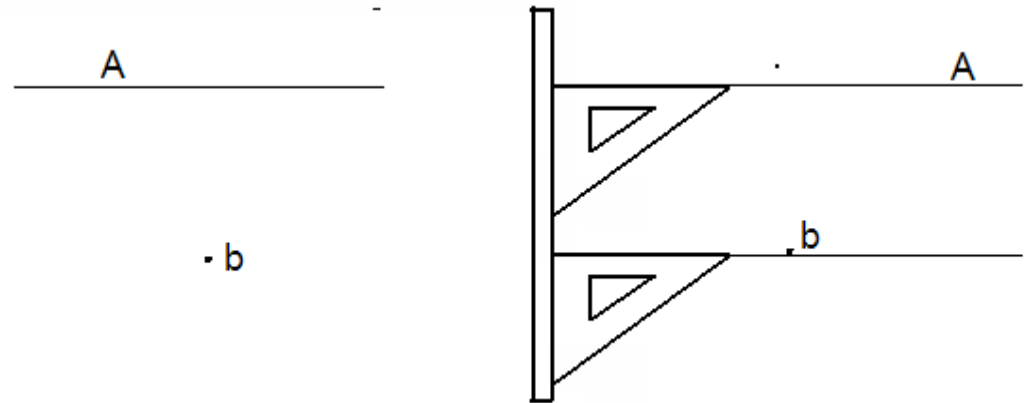
Rectas paralelas

Dos rectas son **paralelas** cuando no tienen ningún punto en común, o cuando son coincidentes.





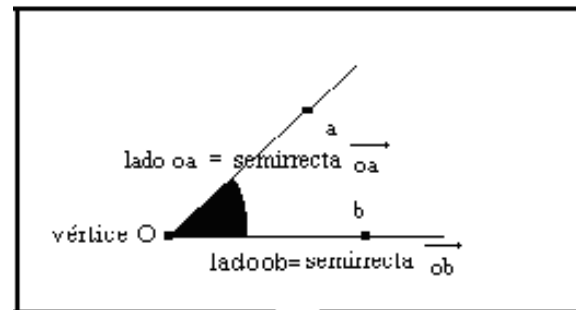
El **trazado de paralelas** puede efectuarse con regla y escuadra como lo muestra la figura



Dado un punto perteneciente a una recta o exterior a ella, por él pasa una y sólo una paralela a dicha recta.

Ángulos

Cuando dos rectas se cortan en el plano, forman 4 regiones llamadas ángulos. Cada ángulo está limitado por dos semirrectas y sus elementos son:





Clasificación de ángulos

ÁNGULO RECTO
mide 90°

ÁNGULO AGUDO
Un ángulo agudo tiene una abertura menor a la del ángulo recto.

ÁNGULO OBTUSO
Un ángulo obtuso tiene una abertura mayor a la del ángulo recto.

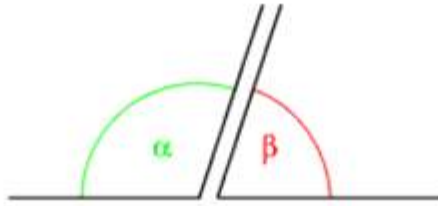
ÁNGULO LLANO
Un ángulo llano es aquel cuyos lados son semirectas opuestas.

Dos ángulos son **complementarios** cuando la suma de sus medidas es un recto.

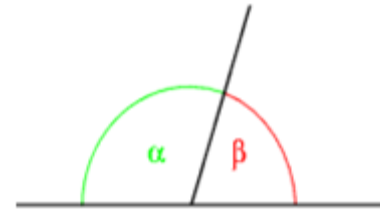
Dos ángulos de un mismo plano son **consecutivos** cuando tienen un lado y el vértice en común. Por extensión, dados varios ángulos en un cierto orden, son consecutivos cuando cada uno de ellos es consecutivo con el siguiente.



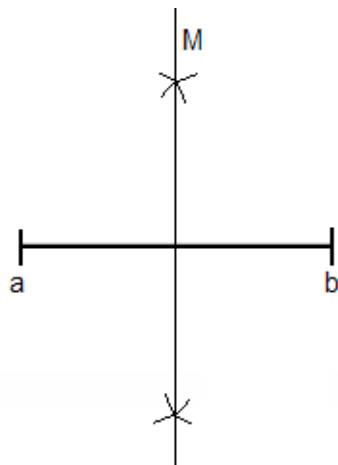
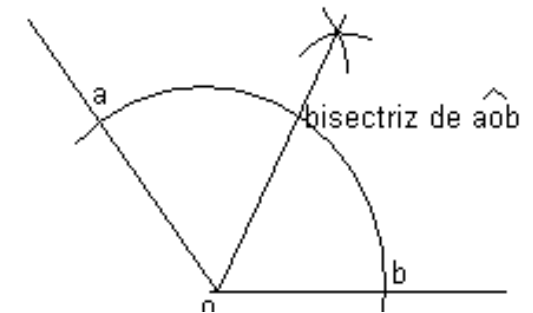
Dos ángulos son **suplementarios** cuando la suma de sus medidas es dos rectos (180°).



Dos ángulos son **adyacentes** cuando son consecutivos y los lados no comunes son semirrectas opuestas. α y β son adyacentes



Bisectriz: La bisectriz de un ángulo o un sector angular es la semirrecta interior al ángulo que determina en el ángulo dos ángulos iguales. **Para trazar con regla y compás:** Con centro en el vértice del ángulo, se traza un arco que corte a los lados, quedan determinados los puntos a y b . Luego se trazan dos arcos de cualquier radio, mayor que la mitad del arco ab con centro en a y b respectivamente. Se determina la semirrecta entre el vértice y el punto de intersección de los dos arcos. Esta semirrecta es la bisectriz



Mediatriz: La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento trazada por su punto medio.

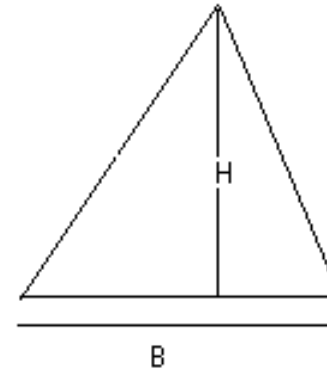
Para trazar con regla y compás: Con centro en el extremo a del segmento, se trazan dos arcos con cualquier radio mayor que la mitad del segmento ab como muestra la figura y luego se repite lo mismo haciendo centro en b con el mismo radio elegido anteriormente. Luego se dibuja la recta determinada por la intersección de los arcos y ésta es la mediatriz del segmento ab .



Triángulos

El triángulo es un polígono formado por tres lados y tres ángulos.
La suma de todos sus ángulos interiores es siempre 180° .

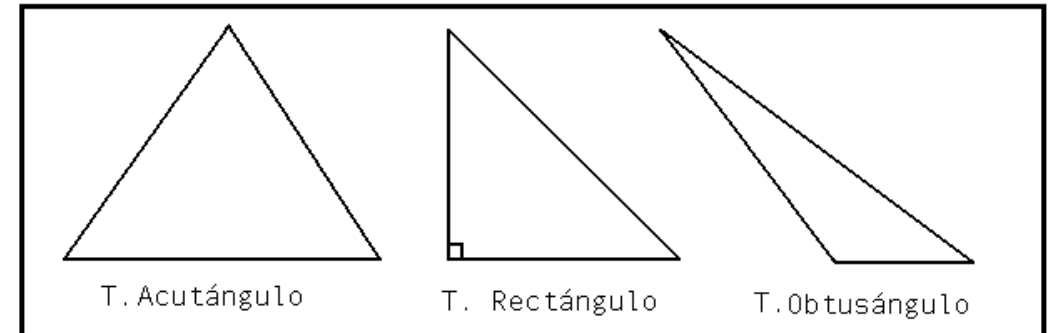
$$\text{Perímetro} = L_1 + L_2 + L_3$$



Clasificación de triángulos

Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus ángulos de la siguiente manera:

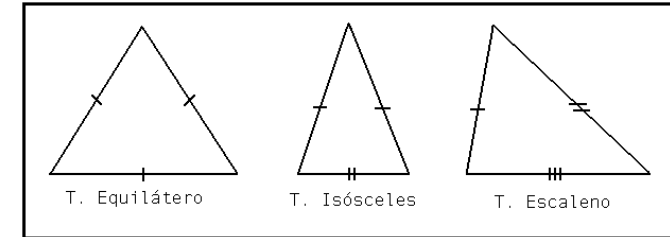
Triángulo Acutángulo	Tiene sus tres ángulos agudos.
Triángulo Rectángulo	Tiene un ángulo recto.
Triángulo Obtusángulo	Tiene un ángulo obtuso.



Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus lados de la siguiente manera.



Triángulo Equilátero	Tiene sus tres lados de igual medida.
Triángulo Isósceles	Tiene dos lados de igual medida. En tal caso, el lado distinto se llama base.
Triángulo Escaleno	Tiene sus tres lados de distinta medida.



Cuadriláteros: Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados

Las siguientes figuras son ejemplos de cuadriláteros y por ejemplo para referirnos a la figura uno expresamos el cuadrilátero $abcd$

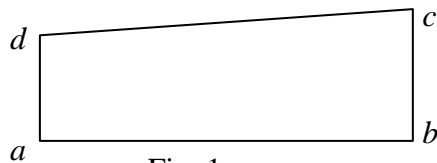
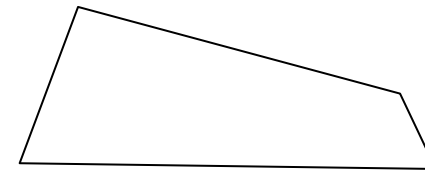
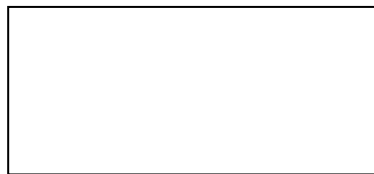


Fig. 1

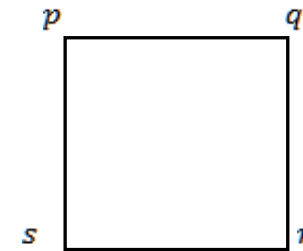
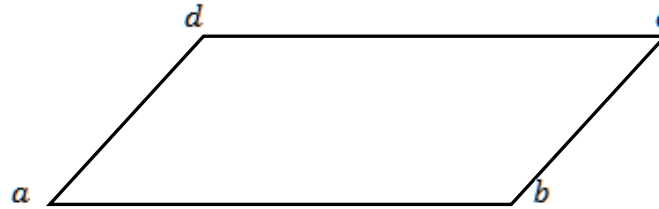


➤ **PARA RECORDAR:** En todo cuadrilátero la suma de ángulos interiores es igual a cuatro rectos, esto es 360°



Paralelogramos: Se llaman paralelogramos los cuadriláteros que tienen los dos pares de lados opuestos paralelos

A la derecha tenemos como ejemplo el paralelogramo *abcd* que es un paralelogramo propiamente dicho; y el paralelogramo *pqrs* que es además un cuadrado.



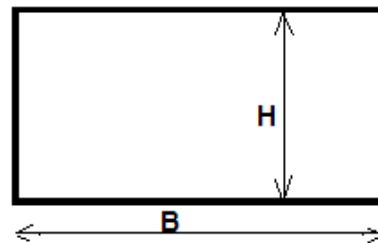
Los paralelogramos por ser cuadriláteros gozan de la misma propiedad de estos por lo que la suma de sus ángulos interiores es también de 360° .
Además en los paralelogramos se cumple que los pares de lados opuestos son congruentes, y los ángulos opuestos también son congruentes.

Paralelogramos especiales

Rectángulo:

El rectángulo es un paralelogramo de cuatro ángulos iguales.
Sus cuatro ángulos son de 90° cada uno.

$$\begin{aligned} \text{Perímetro} &= B \times 2 + H \times 2 \\ &= (B+H) \times 2 \end{aligned}$$

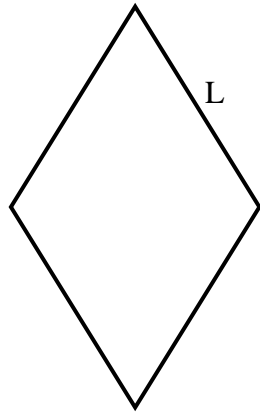


El rectángulo por ser un paralelogramo cumple con todas las propiedades de estos, además sus diagonales son congruentes (miden lo mismo)



Rombo: Se llama rombo al paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales

Por ser paralelogramo el rombo cumple con todas las propiedades de estos y además particularmente por ser rombo sus diagonales son perpendiculares



En un rombo de lado L podemos calcular su perímetro de la siguiente manera:

$$\text{PERIMETRO} = 4 \times L$$

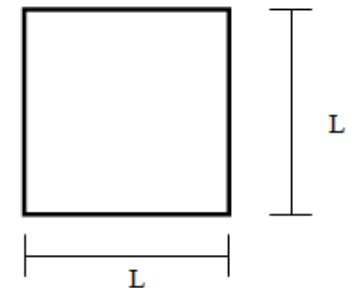
Cuadrado:

Artículo de la [Enciclopedia Libre Universal en Español](#)

Paralelogramo de cuatro lados y cuatro ángulos iguales.

Por ser el cuadrado un paralelogramo con sus cuatro lados iguales es a la vez un rombo; y por ser un paralelogramo de cuatro ángulos iguales es también un rectángulo. Luego el cuadrado cumple con las propiedades tanto del rectángulo como las del rombo y sus diagonales resultan congruentes y perpendiculares.

Dado que los cuatro lados de un cuadrado miden lo mismo, el perímetro de un cuadrado de lado L es justamente cuatro veces el valor del lado:







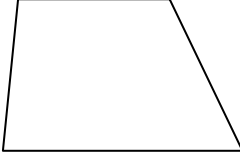
$$\text{Perímetro} = L \times 4$$

Trapecios y trapezoides: Los cuadriláteros que no son paralelogramos se clasifican en trapecios y trapezoides

Trapecios: Se llama trapecio al cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos.

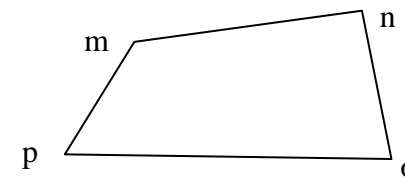
Los lados paralelos reciben el nombre de bases del trapecio, las mismas siempre tiene distinta medida y la de mayor medida es la llamada base mayor, mientras que la restante es nombrada base menor.

Clasificación de los trapecios

<p>Trapecio isósceles: es el trapecio que tiene los lados no paralelos iguales</p>	<p>Trapecio escaleno es el que tiene sus lados no paralelos desiguales</p>	
	<p>Trapecio escaleno rectángulo: uno de los lados no paralelos es perpendicular a las bases</p>	<p>Trapecio escaleno propiamente dicho</p>
		

Trapezoides : son los cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos.

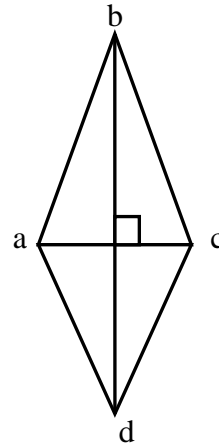
Por ejemplo el cuadrilátero *mno* de la figura es un trapezoide





Romboide: es el trapecioide particular que tiene dos lados consecutivos iguales y los otros dos lados distintos de los anteriores, pero iguales entre sí.

El romboide tiene un elemento muy importante que es su diagonal principal, la misma se define como la diagonal que tiene por extremos los vértices a que concurren los pares de lados iguales. En el gráfico se muestra un romboide con su diagonal principal \overline{bd} y su diagonal secundaria \overline{ac} trazadas



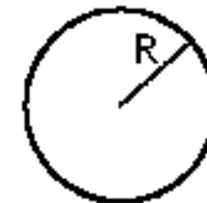
La diagonal principal del romboide es bisectriz de los ángulos cuyos vértices une, y corta perpendicularmente a la otra diagonal en el punto medio.

Círcunferencia:

Es el conjunto de puntos de un plano que equidistan de un punto fijo del mismo plano llamado centro de la circunferencia. La distancia fija recibe el nombre de radio de la circunferencia

O= Centro

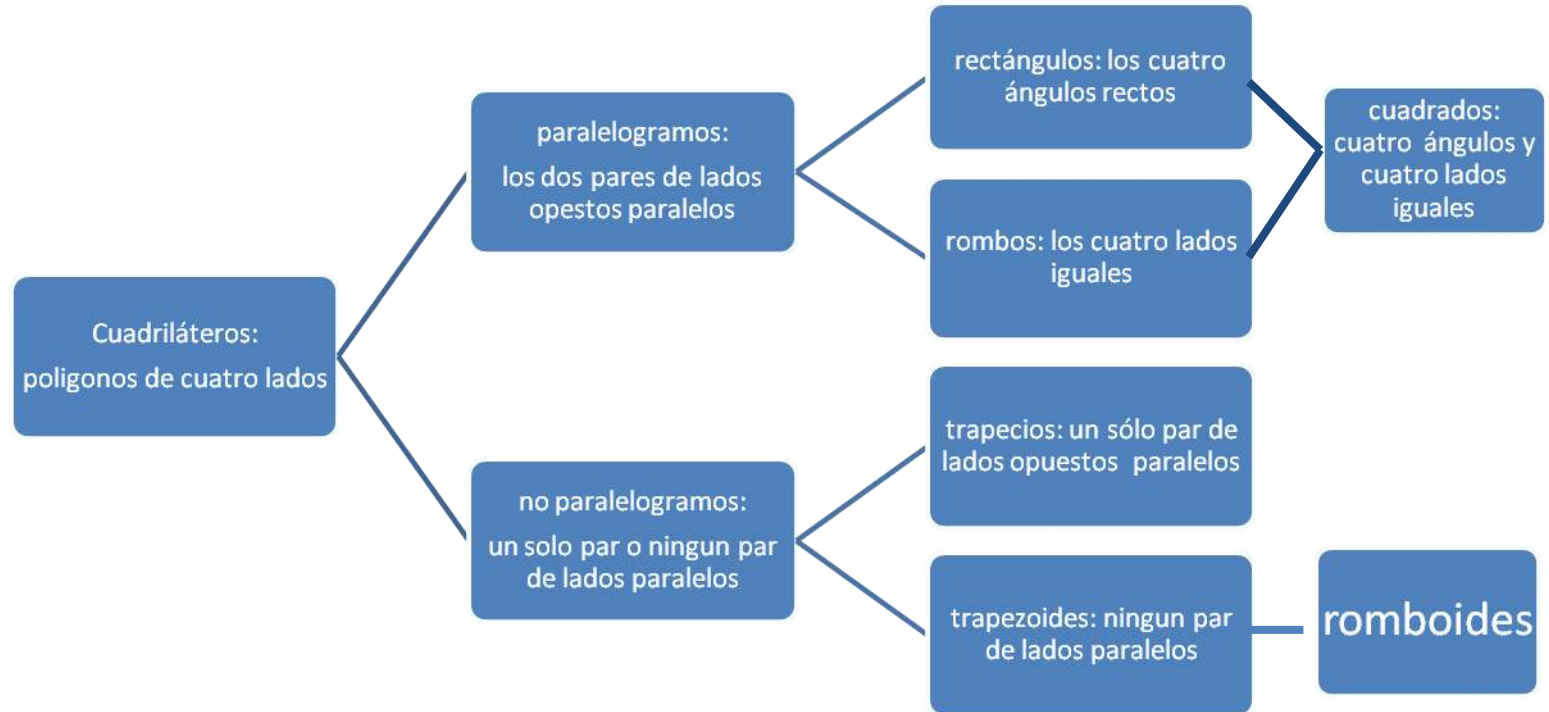
D = Diámetro de la circunferencia





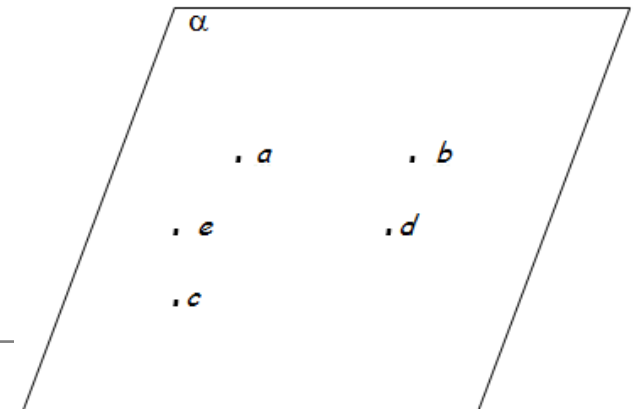
R = Radio de la circunferencia D = $2 \times R$

Clasificación de los cuadriláteros



EJERCITACIÓN

EJERCICIO N° 1: En el plano α de la figura se destacan cinco puntos: a, b, c, d y e. Traza los siguientes conjuntos de puntos y escribe su símbolo.





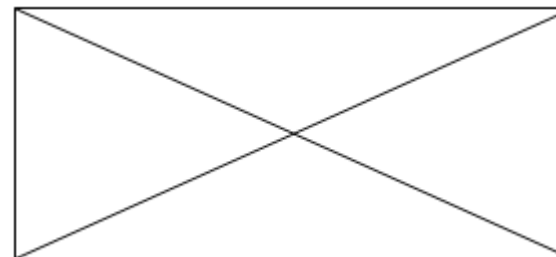
- a) Recta determinada por los puntos a y b:
- b) Recta determinada por los puntos c y e:
- c) Semirrecta de origen c que pasa por d:
- d) Semirrecta de origen c que pasa por b:
- e) Segmentos determinados por los puntos e y d, c y e, c y d:
- f) Pintar con verde el semiplano determinado por la recta que pasa por e y c al cual pertenece el punto a.
- g) Qué clase de rectas son las que pasan por los puntos a, b y e, c:
- h) Que figura quedó formada entre los puntos e, c y d:

EJERCICIO N° 2: ¿Cuántas rectas se pueden formar con tres puntos pertenecientes a un plano? ¿Es única la respuesta?



EJERCICIO N° 3: Marca y mide en el siguiente rectángulo:

- a) *Un par de ángulos consecutivos complementarios.*
- b) *Un par de ángulos consecutivos suplementarios.*
- c) *Un par de ángulos iguales.*



EJERCICIO N° 4: ¿Cuál será el valor del ángulo?

- a) *Si su tercera parte vale 33° :*
- b) *Si su duplo mide 48° :*
- c) *Si su mitad mide 90° :*
- d) *Si su triplo mide 144° :*

EJERCICIO N° 5: Trazar:

- a) *Un ángulo de 42° y su complemento.*
- b) *Un ángulo de 127° y su suplemento.*
- c) *Un segmento de 7,5 cm y su mediatriz*
- d) *Un ángulo de 78° y su bisectriz*



EJERCICIO N° 6: Completar mientras sea posible:

Angulo α	Complementario $90^\circ - \alpha$	Suplementario $180^\circ - \alpha$
32°		
79°		
	30°	
	75°	
		42°
		125°



EJERCICIO N° 7: Construye un triángulo cuyos tres lados sean iguales. ¿Qué nombre recibe?

EJERCICIO N° 8: Construye un triángulo con dos lados que midan 5 cm y el tercero 3 cm. ¿Qué nombre recibe el triángulo?

EJERCICIO N° 9: Construye un triángulo con tres lados desiguales. ¿Qué nombre recibe?



EJERCICIO N° 10: Completa la igualdad que relaciona los ángulos en cada caso:

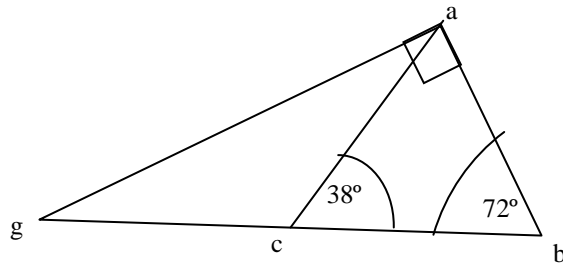
$\hat{\alpha}$ es las $\frac{2}{3}$ partes de $\hat{\beta}$	entonces podemos escribir	$\hat{\alpha} = \dots \dots \dots \hat{\beta}$
$\hat{\alpha}$ es el triple de $\hat{\beta}$	Entonces podemos escribir	$\hat{\beta} = \dots \dots \dots \hat{\alpha}$
$\hat{\nu}$ es la quinta parte de $\hat{\vartheta}$	Entonces podemos escribir	$\hat{\nu} = \dots \dots \dots \hat{\vartheta}$
$\hat{\nu}$ es las dos quintas partes de $\hat{\vartheta}$	Entonces podemos escribir	$\hat{\nu} = \dots \dots \dots \hat{\vartheta}$
$\hat{\nu}$ es cinco veces mas grande que $\hat{\vartheta}$	Entonces podemos escribir	$\hat{\vartheta} = \dots \dots \dots \hat{\nu}$

EJERCICIO N° 11: Si φ es un ángulo llano ¿Qué parte del ángulo llano es:

- $\hat{\alpha} = 45^\circ$ entonces $\hat{\alpha} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{\beta} = 90^\circ$ entonces $\hat{\alpha} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{\nu} = 30^\circ$ entonces $\hat{\nu} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{g} = 135^\circ$ entonces $\hat{g} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{w} = 120^\circ$ entonces $\hat{w} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{z} = 36^\circ$ entonces $\hat{z} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{r} = 6^\circ$ entonces $\hat{r} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$
- $\hat{p} = 10^\circ$ entonces $\hat{p} = \dots \dots \dots \hat{\varphi}$



EJERCICIO N° 12: Observa la figura

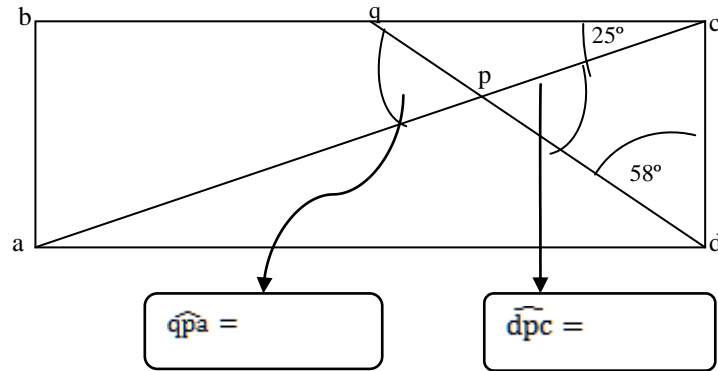


Calcula el valor de los ángulos \widehat{cab} ; \widehat{gac} ; \widehat{agb} planteando una igualdad para cada uno de ellos

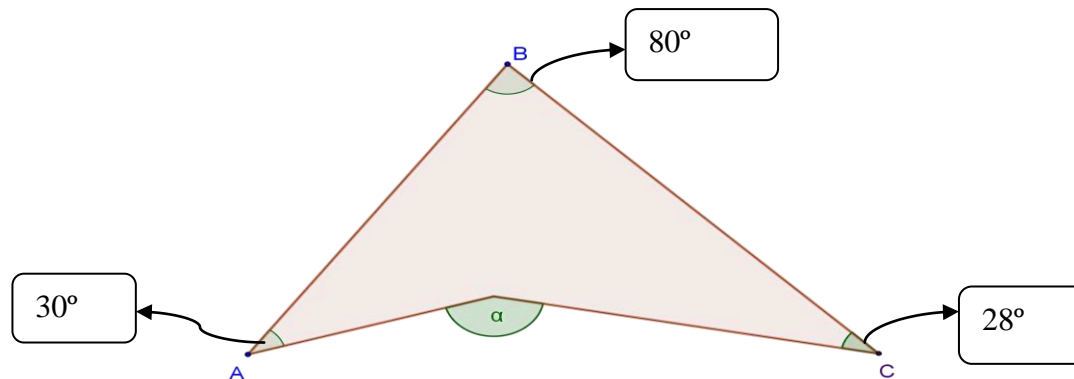
Clasifica los triángulos gba ; cab ; y gca según sus ángulos



EJERCICIO N°13: Sin usar transportador calcula la medida de los ángulos señalados sabiendo que el cuadrilátero $abcd$ es un rectángulo.



EJERCICIO N°14: Sin usar transportador calcula la medida del ángulo α





EJERCICIO N° 15: Contesta

- a) El complemento de un ángulo es 9 veces más grande que el ángulo ¿Cuál es la medida del ángulo?

- b) El suplemento de un ángulo es el quíntuplo del ángulo, ¿Cuáles son sus medidas?

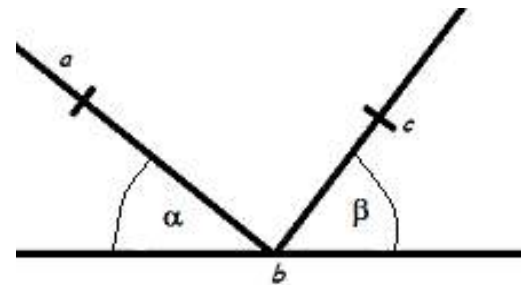
EJERCICIO N° 16: Construye un cuadrado de 3 cm de lado y un rectángulo donde el lado menor mide lo mismo que el lado del cuadrado y el lado mayor sea el doble.

EJERCICIO N° 17: En el siguiente gráfico el ángulo \hat{a} mide 38° y la semirrecta \overrightarrow{ba} es perpendicular a la semirrecta \overrightarrow{bc} .
Completa con los resultados correspondientes:

- I) El ángulo β mide

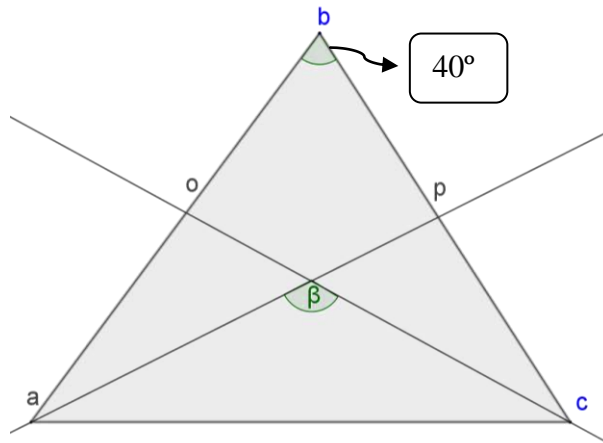
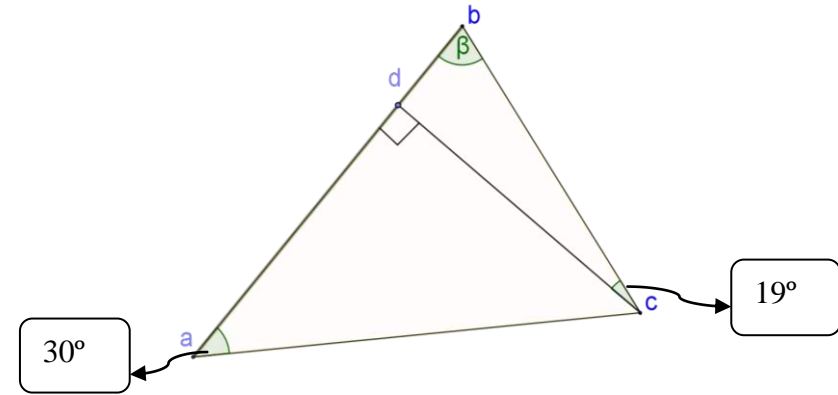
- II) El complemento de a mide

- III) El suplemento del doble de a mide





EJERCICIO N°18: Sin usar transportador. En cada caso calcula la medida del ángulo β



El triángulo abc es isósceles, \overline{co} es bisectriz del ángulo \widehat{acb} y \overline{ap} es bisectriz del \widehat{bac}



EJERCICIO N° 19: ¿Cuál es el perímetro de una carpeta triangular equilátera, cuyo lado mide 17 cm?

EJERCICIO N° 20: Se ha dibujado un triángulo isósceles donde uno de los lados iguales mide 14 cm y el otro mide 10 cm. ¿Cuál es el perímetro?

EJERCICIO N° 21: Se desea cercar con alambre un cantero cuyos lados miden 2,50 m, 7,50 m y 6,80 m ¿Cuánto alambre se necesita?

EJERCICIO N° 22: Se desean colocar tres vueltas de cinta a un mantel cuadrado de 4,75 m de lado. ¿Cuántos centímetros de cinta se deberá comprar? Si el metro de cinta cuesta \$ 0,85, ¿cuánto se pagará?

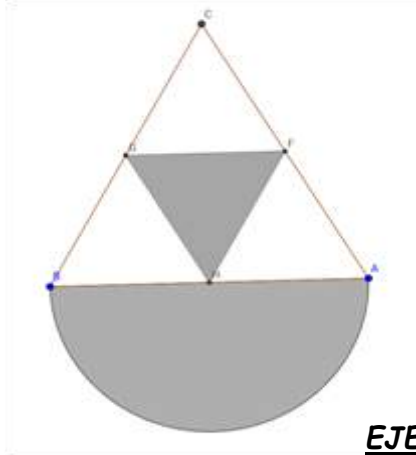
EJERCICIO N° 23: Alrededor de una pista rectangular de la escuela se han colocado sillas para un espectáculo. Sabiendo que el lado más largo mide 18 m y el más corto $\frac{2}{3}$ partes del más largo ¿Qué longitud ocupan?

EJERCICIO N° 24: ¿Cuánto mide el lado de:

- a) Un cuadrado cuyo perímetro es de 143,2 cm?

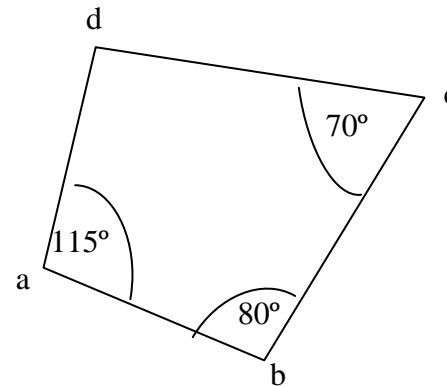
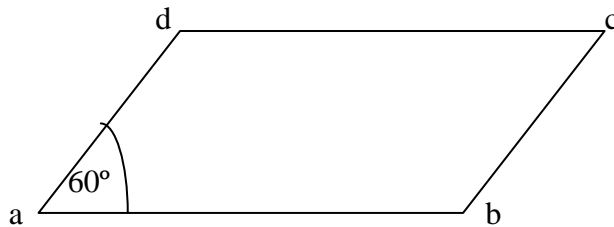
- b) Un triángulo equilátero cuyo perímetro es de 62,4cm?

- c) Un triángulo isósceles cuya base es el doble de los lados iguales y cuyo perímetro es 430 cm?



EJERCICIO N° 25: La figura está formada por cinco triángulos equiláteros y una semicircunferencia. El perímetro del triángulo más grande es de 102 cm. Responde: ¿Cuál es el perímetro de la parte sombreada.

EJERCICIO N° 26: Averigua la medida de todos los ángulos de los siguientes cuadriláteros

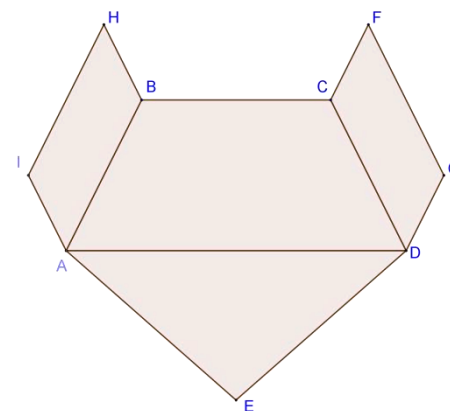




EJERCICIO N° 27: La figura está formada por dos paralelogramos iguales un trapecio isósceles y un triángulo isósceles

Observa la figura y los datos para responder:

- El perímetro del triángulo isósceles es de 60 cm y su base \overline{AD} mide 24 cm
- Cada uno de los lados no paralelos del trapecio es la quinta sexta parte de uno de los lados congruentes del triángulo isósceles
- El lado menor de los paralelogramos mide la mitad de lo que mide un lado mayor.
- La base menor del trapecio mide un tercio de lo que mide el perímetro del paralelogramo

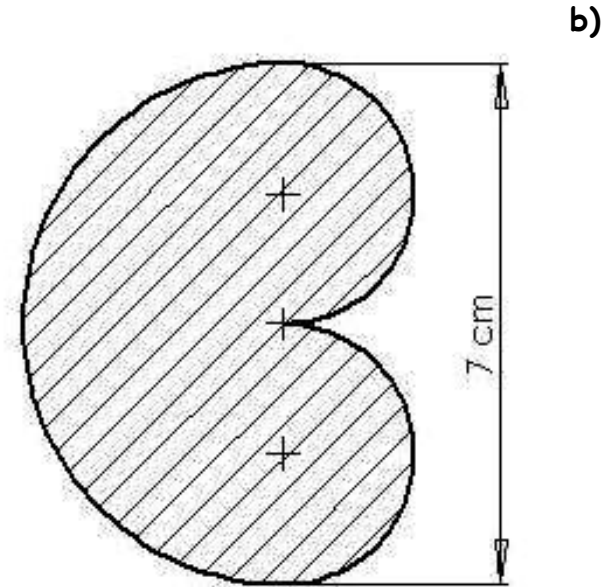
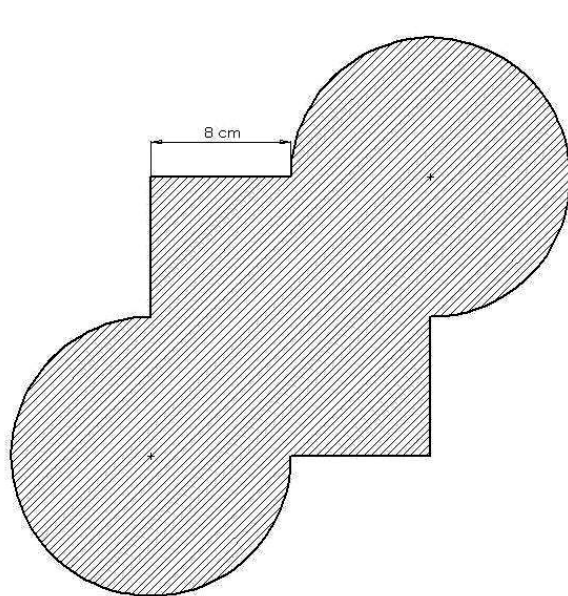


e) *¿Cuál es el perímetro de la figura?*

f) *Si quiere cubrir el perímetro de la figura con fósforos de 4cm cada uno ¿Cuántas cajas de 20 fósforos necesitará? Y cuántos fósforos le sobaran después de terminar de cubrir el perímetro*



EJERCICIO N° 28: Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

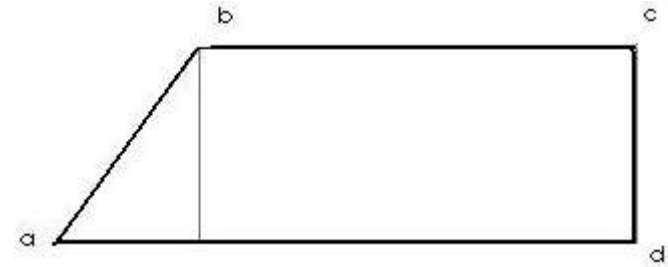




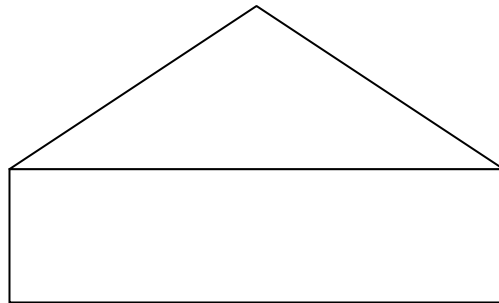
EJERCICIO N° 29: El gráfico representa un terreno.

Datos: $\overline{ad} = 24 \text{ cm}$; $\overline{ab} = 10 \text{ cm}$; $\overline{bc} = \frac{3}{4}$ de \overline{ad} ; $\overline{dc} = \frac{1}{3}$ de \overline{ad}

- a) ¿Cuántos metros de alambre se necesitan para rodearlo con 3 vueltas?
- b) ¿Cuántos rollos deben comprarse si cada rollo tiene 25 m de alambre?



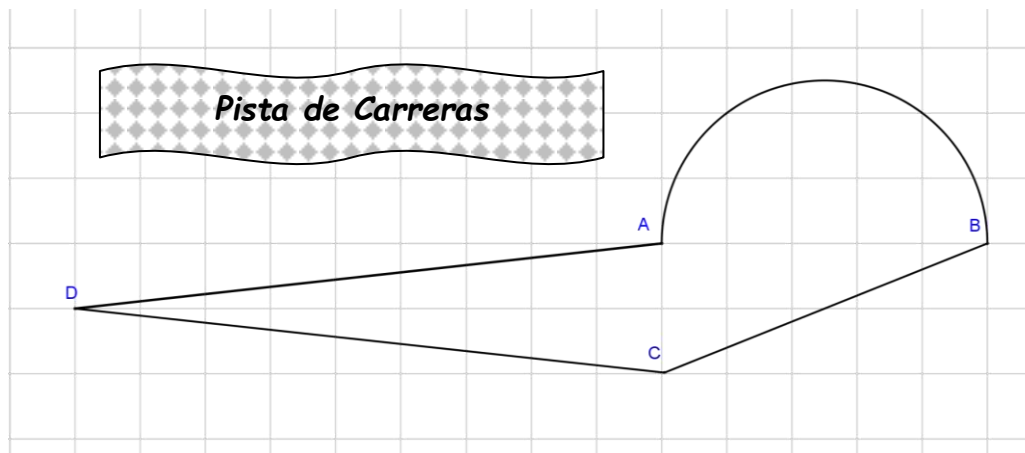
EJERCICIO N° 30 La figura está compuesta de un rectángulo y de un triángulo isósceles. El lado menor del rectángulo es igual: a la tercera parte del lado mayor, y a la mitad de uno de los lados congruentes del triángulo isósceles. Si el perímetro total de la figura es de 7,2 dm ¿Cuántos centímetros tiene el perímetro del triángulo isósceles?





EJERCICIO N° 31: El equipo técnico de un gran corredor "Marcos el coyote" desea conocer la cantidad de veces que Marcos tendrá que detenerse a cargar combustible. El auto de Marcos tiene un tanque con capacidad de **6 dal** y por carrera consume en promedio **30cl** por kilómetro. Si la carrera termina después de 12 vueltas a la pista. Mirando las dimensiones de la pista responde:

- ¿Cuántas veces tendrá que detener el auto para cargar combustible?
- La última vez que se detenga a cargar el tanque cuanto combustible deberá echar en el tanque



El esquema de la pista de carreras: está formado de una gran curva con forma de semicircunferencia y tres rectas

El triángulo ADC es isósceles y

$$\overline{AB} = 10 \text{ km}$$

$$\overline{DC} = 19\,000 \text{ m}$$

$$\overline{CB} \text{ es } \frac{11}{10} \text{ de } \overline{AB} =$$